

1. Výrazy a jejich využití

- Výrazy, které obsahují proměnnou - buď samostatně, nebo v matematických operacích

1.1 Jednočlen

- Výraz obsahující jen číslo, proměnnou nebo jejich součin, podíl nebo mocninu
- Jednočlen = výraz.

Příklad: $2c$; x^5 ; $13a^9b^6$; $(c \cdot d)^{12}$; $-3x^4$ jsou jednočleny

1.2 Mnohočleny

- Součet nebo rozdíl několika jednočlenů
- Mnohočlen se dvěma jednočleny se nazývá dvojčlen
- Mnohočlen se třemi jednočleny se nazývá trojčlen
- Mnohočlen = výraz

Příklad: $2a + 3$ dvojčlen
 $3x^2 - 5b^6 + 18$ trojčlen
 $\frac{x}{3} - 4y^3$ dvojčlen
 $(a + 2b)^3$ třetí mocnina dvojčlenu
 $(x + y)(x - y)$ součin dvou dvojčlenů

- každý výraz má číselnou hodnotu, kterou zjistíme, jestliže za proměnné dosadíme

Příklad: a) Dosad' za $a=8$, $b=3$, $c=5$ a vypočítej $7a-5b-0c$
 $7 \cdot 8 - 5 \cdot 3 - 0 \cdot 5 = 41$
b) Dosad' za $a=8$, $b=3$, $c=5$ a vypočítej $ab+bc$
 $8 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 39$
c) Dosad' za $a=8$, $b=3$, $c=5$ a vypočítej $3ac-101+c$
 $3 \cdot 8 \cdot 5 - 101 + 5 = 24$

Cvičení 1. Zapiš výraz:

- součet čísel sto osmdesát a padesát dva
- rozdíl čísel třicet pět a dvanáct celých čtyři desetiny
- součin čísel tři tisíce pět a dvě stě dva
- podíl čísel sto deset a deset

Příklad : Zapiš číslo 5 menší než y $y - 5$
Zapiš číslo třikrát menší než a $a : 3$ nebo $a/3$
Zapiš číslo :polovina součinu čísel a a p $(a \cdot p)/2$ nebo $a \cdot p : 2$

Cvičení 2. Sestav součin výrazů a urči jeho hodnotu:

- $(833-732)$ a $(23+17)$
- $(28-14)$ a $90:45$
- $(14+2 \cdot 3,5)$ a $4,8:2$

Příklad: Mysli si číslo větší než dvě. Znásob je sebou samým. Výsledek vynásob dvěma. K součinu připočti 8 a od vzniklého součtu odečti osminásobek myšleného čísla. Výsledek děl dvěma. Z podílu vypočítej odmocninu a k ní přičti číslo 2. Dostaneš zajímavý výsledek. Jaký?

Myslím si například $3.3.3 = 9$

$$9 \cdot 2 = 18$$

$$18 + 8 = 26$$

$$26 - 8 \cdot 3 = 26 - 24 = 2$$

$$2 : 2 = 1$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$1 + 2 = 3 \dots \dots$ dostaneme číslo, které jsme si původně mysleli

Cvičení 3. V prázdninovém táboře bylo 20 stanů po dvou lůžkách a 35 chat po čtyřech lůžkách. Kolik bylo všech lůžek v táboře?

Cvičení 4. Žáci jeli na školní výlet 3 hodiny autobusem rychlostí 45 km/h, pak šli ještě 2 km pěšky a na konec jeli 1 km lanovkou. Jak daleko byl cíl jejich cesty?

Cvičení 5. Vypočítej

a) $17 + 8 \cdot 5 - 2 =$

b) $(17 + 8) \cdot (5 - 2) =$

c) $(17 + 8) \cdot 5 - 2 =$

d) $17 + 8 \cdot (5 - 2) =$

e) $17 + (8 \cdot 5 - 2) =$

f) $(17 + 8 \cdot 5) - 2 =$

Cvičení 6. Majitel prodejny objednal 80 letních čepic, z toho bylo pět zelených. Modrých čepic objednal třikrát více než zelených. Žlutých čepic objednal 9, zbývající bílé čepice byly potištěny různými nápisy. Kolik potištěných čepic bylo objednáno? Zapiš pomocí jednoho číselného výrazu.

Cvičení 7. V 5. třídě je 32 žáků, v 6. třídě je o 5 žáků méně než v 5. třídě a v 7. třídě o dva žáky více než v 6. třídě. Žáci těchto tříd šli do kina za jednotné vstupné 6 Kč. Kolik se muselo zaplatit za filmové představení?

1.3 Opačný výraz

- Výraz, ve kterém znaménka + a - změním ve znaménka opačná

Příklad: Napiš k daným výrazům výrazy opačné:

$$a - 3 \dots - a + 3$$

$$- 3x^3 + 2y^4 - 12z^5 \dots 3x^3 - 2y^4 + 12z^5$$

1.4 Celistvý výraz

- Výraz, který neobsahuje proměnnou ve jmenovateli.

Příklad: $\frac{2z}{13} + 3z^2 \dots$ je celistvý výraz

$\frac{5}{b} \dots$ není celistvý výraz

Cvičení 8. Zapiš číslo

- a) o 2 větší než a
- b) polovina čísla a
- c) 2 zvětšené o a
- d) pětkrát menší než $3a$
- e) pětina čísla x zvětšená o 4
- f) dvojnásobek součtu čísel 3 a z
- g) pětina dvojnásobku čísla a zmenšená o 1
- h) čtvrtina čísla m zmenšená o šestinu téhož čísla
- i) čtvrtina rozdílu čísel $2x$ a 5

Cvičení 9. Urči hodnotu výrazu s proměnnou:

- a) Dosad' za $a=8$, $b=3$, $c=5$ a vypočítej $ac-ab+9$
- b) Dosad' za $a=8$, $b=3$, $c=5$ a vypočítej $abc+14c$
- c) Dosad' za $a=8$, $b=3$, $c=5$ a vypočítej $bc-1+6b$
- d) Dosad' za $a=8$, $b=3$, $c=5$ a vypočítej $3c-a+3b$
- e) Dosad' za $a=8$, $b=3$, $c=5$ a vypočítej $100-12c+4a-0b$

1.5 Sčítání a odčítání jednočlenů

- Jednočleny sčítáme a odčítáme podle pravidel o sčítání a odčítání mocnin

Příklad: $2a^2 + 4a^2 - 3a^2 + b = (2 + 4 - 3)a^2 + b = 3a^2 + b$
 $45f - 72fg - 42f = 3f - 72fg$

1.6 Sčítání a odčítání výrazů

- Výrazy zapsané v závorkách sečteme tak, že závorky vynecháme a sčítáme podle pravidel o sčítání mocnin.

Příklad: $(5x^2 - 3x + 5) + (3x^2 + 3x - 6) = 5x^2 - 3x + 5 + 3x^2 + 3x - 6 = 5x^2 + 3x^2 - 3x + 3x + 5 - 6 = 8x^2 - 1$

Poznámka: po zvládnutí učiva můžete některé kroky vynechat.

Cvičení 10. Sečti výrazy

- | | | |
|-------------------|--------------------|---------------------|
| a) $3+a+9$ | d) $r+3,7+s+2,3+t$ | g) $p+3+(q-2)$ |
| b) $m+0,5+n+0,75$ | e) $15+(9-x)$ | h) $10+(a-4)+(b+2)$ |
| c) $x+1+y+2+z+3$ | f) $4,7+(2,4-2a)$ | i) $(2x-3)+5x$ |

1.7 Odčítání výrazů

- Mnohočleny v závorce odečteme tak, že přičteme výraz opačný a dále sčítáme podle předchozího pravidla.

Příklad: $(5x^2 - 3x + 5) - (3x^2 + 3x - 6) = 5x^2 - 3x + 5 + (-3x^2 - 3x + 6) = 5x^2 - 3x + 5 - 3x^2 - 3x + 6 = 2x^2 - 6x + 11$
 $7x^2y^3 - 2x^3y^2 + 3x^2y^3 = 10x^2y^3 - 2x^3y^2$
 $9x^3(x-3)^4 + 5(x-3)^4 - 2x^3(x-3)^4 = 7x^3(x-3)^4 + 5(x-3)^4 = 5(x-3)^4 \cdot (7x^3+5)$

Cvičení 11. Odečti výrazy:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $(5k-6)-(3k+2)$ | c) $(m+1)-(-3m+2)$ |
| b) $(2x+3)-(5x-4)$ | d) $(4a-4)-(2a+3)$ |

e) $(3a-5)-(2-5a)$
 f) $(6-b)-(b-6)$
 g) $(a-3)-(2a+1)$

h) $(6x^2+3xy)-(3x^2+2xy-4y^2)$
 i) $(-5a^2-15a+25)-(-6a^2+9a+15)$
 j) $(4x-y)-(2x+3y-8)$

1.8 Násobení a dělení jednočlenů

- Jednočleny násobíme a dělíme podle pravidel o násobení a dělení mocnin.

Příklad: $2x^3 \cdot 4x^4 = 8x^7$

$$1,5a \cdot 4ab = 6a^2b$$

Cvičení 12. Vypočítej:

a) $m \cdot 7$
 b) $3a \cdot 9$
 c) $4x \cdot 8y$
 d) $4u \cdot 25vz$
 e) $17bc \cdot 3d$

f) $r \cdot 7p \cdot 6x$
 g) $2n \cdot 11y \cdot 3$
 h) $a \cdot 16 \cdot b$
 i) $4 \cdot u \cdot 12v$
 j) $27p \cdot 3 \cdot xy$

k) $0,2mn \cdot 0,5p$
 l) $2,6c \cdot 0,5 \cdot 0,7a$
 m) $7m \cdot 9n \cdot 4$
 n) $12x \cdot 7 \cdot 0,5a$
 o) $10 \cdot 17z \cdot 0,3$

1.9 Násobení výrazu jednočlenem

- Jednočlenem násobíme výraz tak, že využijeme vlastnosti o násobení součtu nebo rozdílu.

Příklad: $(3a^2 - 2a + 4) \cdot 2a = 3a^2 \cdot 2a - 2a \cdot 2a + 4 \cdot 2a = 6a^3 - 4a^2 + 8a$
 $(3c^2 - 2c + 4) \cdot (-2c) = 3c^2 \cdot (-2c) - 2c \cdot (-2c) + 4 \cdot (-2c) = -6c^3 + 4c^2 - 8c$

Cvičení 13. Vynásob:

a) $(y+5) \cdot 3n$
 b) $(2c-d) \cdot 7$
 c) $r \cdot (5s-1)$

d) $(r+q) \cdot 4s$
 e) $6a \cdot (x-y)$
 f) $m \cdot (ax+3)$

g) $(5u-7v) \cdot 8$
 h) $4d \cdot (1-9e)$
 i) $2a \cdot (8b-c)$

1.10 Násobení výrazů

- Výraz výrazem násobíme takto: prvním členem prvního výrazu vynásobíme všechny členy druhého výrazu, potom druhým členem prvního výrazu vynásobíme všechny členy druhého výrazu a takto postupujeme dále, dokud nám zbývají členy prvního výrazu

Příklad: $(3y - 2) \cdot (2y^2 + 3y - 5) = 3y \cdot 2y^2 + 3y \cdot 3y - 3y \cdot 5 + (-2) \cdot 2y^2 + (-2) \cdot 3y - (-2) \cdot 5 =$
 $= 6y^3 + 9y^2 - 15y - 4y^2 - 6y + 10 = 6y^3 + 5y^2 - 21y + 10$

Cvičení 14. Vynásob:

a) $(4a-2) \cdot (3b-2c+5d) =$
 b) $(6x+y+5) \cdot (2z-5) =$

c) $(10m-n) \cdot (2m+6n-1) =$
 d) $(2w+5z) \cdot (4w-3z) =$

1.11. Dělení výrazu jednočlenem

- Každý člen výrazu dělíme jednočlenem.

Příklad: $(15m^4 - 10m^2) : 5m^2 = 15m^4 : 5m^2 - 10m^2 : 5m^2 = 3m^2 - 2$
 $(-18x^2 + 9x) : (-9x) = (-18x^2) : (-9x) + 9x : (-9x) = 2x + (-1) = 2x - 1$

Cvičení 15. Vypočítej:

a) $(6a+4):2$

c) $(12a+18):6$

e) $(-24c+16):(-8)$

b) $(14c-7):7$

d) $(9a-12):(-3)$

f) $(-21e-28):(-7)$

Cvičení 16. Vypočítej:

a) $(8c-14c^2):(-2c)$

c) $(5x-25x^2):(-0,5x)$

b) $(-6d+21d^2):(-3d)$

d) $(5x^2+125x):5x$

1.12 Druhá mocnina součtu (rozdílu) a rozdíl druhých mocnin

- Vzorce pro často užívané součiny $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ZAPAMATUJTE SI!

$$(-a - b)^2 = [(-a) + (-b)]^2 = (a + b)^2$$

$$(-a + b)^2 = (b - a)^2$$

Příklad: $(2a^4 + b)^2 = (2a^4)^2 + 2 \cdot 2a^4 \cdot b + (b)^2 = 4a^8 + 4a^4b + b^2 = 4a^8 + 4a^4b + b^2$

$$(3z^2 - 2)^2 = (3z^2)^2 - 2 \cdot 3z^2 \cdot 2 + 2^2 = 9z^4 - 12z^2 + 4 = 9z^4 - 12z^2 + 4$$

$$(3x - 2y)(3x + 2y) = (3x)^2 - (2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$$

1.13 Rozklad výrazu na součin

- Rozklad výrazu na součin provádíme vytknutím čísla (-1) před závorku, vytknutím vhodného společného dělitele (hledáme ho podobně jako největšího společného dělitele) nebo podle vzorců.

- vytýkání čísla (-1)**

Číslo (-1) vytkneme tak, že v závorce napíšeme opačný výraz.

Příklad:

Vytkni (-1):

$$4r^3 - 6x^2 + 2x - 11 = (-1) \cdot (-4r^3 + 6x^2 - 2x + 11) = (-1) \cdot (-4r^3 + 6x^2 - 2x + 11)$$

$$-9a^2 - 12ab - 4b^2 = (-1) \cdot (9a^2 + 12ab + 4b^2) = (-1) \cdot (3a + 2b)^2$$

$$-a + 2b = (-1) \cdot (a - 2b)$$

$$-3x^2 + 4x - 1 = (-1) \cdot (3x^2 - 4x + 1)$$

- vytýkání vhodného společného dělitele všech členů výrazu**

Najdeme vhodného společného dělitele všech členů výrazu, napíšeme ho před závorku, do závorky napíšeme podíl členů výrazu a společného dělitele. Vytýkat můžeme jednočleny, dvojčleny, trojčleny apod.

Příklad:

$$15abc - 20a^2bd = 5ab(15abc:5ab - 20a^2bd:5ab) = 5ab(3c - 4ad)$$

$$6(m - 2n) - 5n(m - 2n) = (m - 2n)[6(m - 2n):(m - 2n) - 5n(m - 2n):(m - 2n)]$$

$$\begin{aligned}
 &= (m - 2n)[6 - 5n] = (m - 2n)(6 - 5n) \\
 &-4s-46kl+2df = (-1).(4s+46kl-2df) \\
 &9y^2 + 12y - 6 = 3.(3y^2 + 4y - 2) \\
 &m^4 n^2 - m^2 n^4 = m^2 n^2.(m^2 - n^2)
 \end{aligned}$$

• rozklad na součin podle vzorců

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b)$$

rozklad trojčlenu na součin dvojčlenů

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$$

rozklad trojčlenu na součin dvojčlenů

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

rozklad dvojčlenu na součin dvojčlenů

POZOR! $a^2 + b^2$... nelze rozložit ... je to součet druhých mocnin

Příklad:

$$\begin{aligned}
 64 + 48x + 9x^2 &= 8^2 + 2 \cdot 8 \cdot 3x + (3x)^2 = 8^2 + 48x + 9x^2 = (8 + 3x)^2 = (8 + 3x)(8 + 3x) \\
 a^2 - 2a + 1 &= a^2 - 2 \cdot a \cdot 1 + 1^2 = (a - 1)^2 = (a - 1)(a - 1) = (2y)^2 - (3x)^2 = (2y - 3x)(2y + 3x) \\
 25m^2 - n^2 &= (5m + n)(5m - n) \\
 a^2 - 25b^2 &= (a + 5b)(a - 5b) \\
 v^4 - 64w^2 &= (v + 8w)(v - 8w) \\
 a^2 - 8abc + 4b^2c^2 &= (a - 2bc)^2 \\
 49x^4 + 70x^2y^2 + 25y^4 &= (7x^2 + 5y^2)^2 \\
 0,25 - k^2 &= (0,5 + k)(0,5 - k) \\
 -5ax - 5bx - 5cx &= -5x(a + b + c) \\
 -21x + 28y - 14z + 49 &= (-7)(3x - 4y + 2z - 7) \\
 2(3x + 2) - 2d(3x + 2) &= (3x + 2)(2 - 2d) \\
 x(a - 1) + a - 1 &= (a - 1)(x + 1) \\
 2x(4 + y) - 3(-4 - y) &= 2x(4 + y) - 3(-1)(4 + y) = (4 + y)(2x + 3) \\
 m(n - 1) - n + 1 &= m(n - 1) - (n - 1) = (n - 1)(m - 1) \\
 4x - 2 + 2xy - y &= 2(2x - 1) + y(2x - 1) = (2x - 1)(2 + y)
 \end{aligned}$$

Cvičení 17. Rozlož na součin užitím vzorce $(a+b)(a-b)$:

a) $x^2 - 16 =$

d) $9m^2 - 49p^2 =$

b) $x^2 - 100y^2 =$

e) $a^2b^4 - 1 =$

c) $16 - 4x^2 =$

f) $x^4 - y^2 =$

Cvičení 18. Rozlož na součin:

a) $42a + 30b =$

g) $10ax + 15ay =$

b) $5k - 5 =$

h) $-10r + 5s =$

c) $3s^2 - 3s =$

i) $-3p - q =$

d) $6a + 24b =$

j) $4r^2 + 4r + 4 =$

e) $c - c^2d =$

k) $50u^2 - 25u - 15 =$

f) $4x - 8y =$

l) $48xy - 36xy + 33xy =$

Cvičení 19. Rozlož na součin:

a) $a^2 - 4ab + 4 =$

d) $4x^2 + 20xy + 25y^2 =$

b) $x^2 - 2x + 1 =$

e) $4m^2 + 12mn + 4n^2 =$

c) $\frac{4}{25} - \frac{4}{5}y^2 + y^4 =$

Cvičení 20. Rozlož v součin:

- a) $2(3x+2)-y(3x+2)$
 b) $c(d+e)-2d(d+e)$
 c) $x(a+1)+a-1$
 d) $(2m+1).(r-s)+(r-s)m$

- e) $y(5z-3)+5z-3$
 f) $2a(b-3)+5(b-3)$
 g) $2x(4+y)-3(-4-y)$

Cvičení 21. Vytkní z výrazů -1 a uprav na součin:

- a) $-m^2-2m-1=$
 b) $-x^2-2xy-y^2=$

- c) $-9a^2-12ab-4b^2=$
 d) $-0,01-0,2y-y^2=$

1.14. Úpravy celistvých výrazů

- Kombinace základních vzorců a matematických operací s výrazy

Příklad: Zjednodušte následující výrazy:

$$\begin{aligned} (-4x - 5xy)^2 - 40x^2y &= 16x^2 + 40x^2y + 25x^2y^2 - 40x^2y = \mathbf{16x^2 + 25x^2y^2} \\ 7x(x+2) - 2x(x+2) + 7(x+2) &= (x+2)(7x - 2x + 7) = (x+2)(5x+7) \\ &= 5x^2 + 7x + 10x + 14 = \mathbf{5x^2 + 17x + 14} \end{aligned}$$

Příklad: Vyjádřete jako součin:

$$\begin{aligned} 3a^3 - 3a &= 3a(a^2 - 1) = \mathbf{3a(a-1)(a+1)} \\ 2x^3 - 12x^2 + 18x &= 2x(x^2 - 6x + 9) = 2x(x-3)^2 = \mathbf{2x(x-3)(x-3)} \\ 25fg - 55fe + 15fh &= \mathbf{5f.(5g-11e+3h)} \\ 81m^4 - 18m^2n + n^2 &= \mathbf{(9m^2-n)^2} \\ 121x^2 - 196y^4 &= \mathbf{(11x+14y).(11x-14y)} \end{aligned}$$

Příklad: Umocni:

$$\begin{aligned} (13v-15y).(13v+15y) &= \mathbf{169v^2 - 225y^2} \\ (p-2r)^2 &= \mathbf{p^2 - 4pr + 4r^2} \\ (d+5ef)^2 &= \mathbf{d^2 + 10def + 25e^2f^2} \\ \left(s + \frac{1}{2}\right)^2 &= \mathbf{s^2 + s + \frac{1}{4}} \end{aligned}$$

Cvičení 22. Rozlož na součin:

- a) $8x^2-40xy+50y^2=$
 b) $z^3-3z^2-z+3=$
 c) $2x^2+20x+50=$

- d) $49a^2+64b^2-112ab=$
 e) $49x^4+70x^2y^2+25y^4=$
 f) $g^2-2gef+e^2f^2=$

Výsledky cvičení:

- a) 180+52 b) 35-12,4 c) 3005 . 202 d) 110 : 10
- a) 4040 b) 28 c) 50,4
- 180
- 138 km
- a) a+2 b) a:2 c) 2+a d) 3a:5 e) x:5+4 f) 2.(3+z) g) 2a:5-1 h) m:4-m:6 i) (2x-5):4
- 25
- 528 Kč
- a) 25 b) 190 c) 32 d) 16 e) 72
- a) 12+a b) 1,25+m+n c) x+y+z+6 d) r+s+t+6 e) 24-x f) 7,1-2a g) p+q+1 h) a+b+8 i) 7x-3
- a) 2k-8 b) -3x+7 c) 4m-7 d) 2a-7 e) 8a-3 f) -2b+12 g) -a-4 h) 3x^2+xy+4y^2 i) a^2-24a+10 j) 2x-4y+8
- a) 55 b) 75 c) 123 d) 41 e) 55 f) 55
- 51
- 528 Kč

12. a) $7m$ b) $27a$ c) $32xy$ d) $100uvz$ e) $51bcd$ f) $42rpx$ g) $66ny$ h) $16ab$ i) $48uv$ j) $81pxy$ k) $0,1mnp$ l) $0,91ac$ m) $252mn$ n) $42ax$ o) $51z$
13. a) $3ny+15n$ b) $14c-7d$ c) $5rs-r$ d) $4rs+4sq$ e) $6ax-6ay$ f) $amx+3m$ g) $40u-56v$ h) $4d-36de$ i) $16ab-2ac$
14. a) $12ab-6b-8ac-10d+20ad+4c$ b) $12xz+2yz+10z-30x-5y-25c$ c) $20m^2+58mn-6n^2-10m+n$ d) $8w^2+14wz-15z^2$
15. a) $3a+2$ b) $2c-1$ c) $2a+3d$ d) $-3a+4e$ e) $3c-2$ f) $3e+4$ 16. a) $-4+7c$ b) $2-7d$ c) $-10+50x$ d) $x+25$
17. a) $(x+4) \cdot (x-4)b$ b) $(x+10y) \cdot (x-10y)c$ c) $(4+2x) \cdot (4-2x)d$ d) $(3m+7p) \cdot (3m-7p)e$ e) $(ab^2+1) \cdot (ab^2-1)f$ f) $(x^2+1) \cdot (x^2-1)$
18. a) $6 \cdot (7a+5b)$ b) $5 \cdot (k-1)$ c) $3s \cdot (s-1)$ d) $6 \cdot (a+3b)$ e) $c \cdot (1-cd)$ f) $4 \cdot (x-2y)$ g) $5a \cdot (2x+3y)$ h) $5 \cdot (s-2r)$ i) $(-1) \cdot (3p-q)$ j) $4 \cdot (r^2+r+1)$ k) $5 \cdot (10u^2+5u-3)$ l) $3x \cdot (16-12xy+11y^2)$
19. a) $(a-2)^2b$ b) $(x-1)^2c$ c) $\left(\frac{2}{5} - y^2\right)^2$ d) $(2x+5y)^2e$ e) $(2m+2n)^2$
20. a) $(3x+2) \cdot (2-y)$ b) $(d+e) \cdot (c-2d)$ c) $(a+1) \cdot (x+1)$ d) $(r-s) \cdot (3m+1)$ e) $(5z-3) \cdot (y+1)$ f) $(b-3) \cdot (2a+5)$ g) $(4+y) \cdot (2x+3)$
21. a) $(-1) \cdot (m+1)^2b$ b) $(-1) \cdot (x+y)^2c$ c) $(-1) \cdot (3a+2b)^2d$ d) $(-1) \cdot (0,1+y)^2$
22. a) $2 \cdot (2x-5y)^2$ b) $(z-3) \cdot (z-1) \cdot (z+1)$ c) $2 \cdot (x+5)^2$ d) $(7a-8b)^2e$ e) $(7x^2+5y^2)^2f$ f) $(g-ef)^2$

Souhrnná cvičení: Výrazy a jejich užití

- Sestav podíl výrazů a urči jeho hodnotu:
 - $(450-50)$ a $23+17$
 - $(44\ 044:44)$ a $33-22$
 - $2,8:2$ a $1,96$
- Čtvrtina hledaného čísla je stejně velká jako pětina čísla. Urči hledané číslo.
- V pondělí odvezli ze skladu do domácností 45 t uhlí, v úterý o 15 t více. Ve středu odvezli třikrát méně než v obou předchozích dnech dohromady. Kolik tun uhlí odvezli do domácností průměrně za 1 den? Vyjádři zlomkem.
- Jsou dány dva výrazy $5,2+0,8$ a $3,3-0,8$. Při zachování jejich pořadí vypočítej jejich součet a rozdíl.
- Kolika způsoby můžeš zaplatit 42 Kč pětikorunovými a dvoukorunovými mincemi, jestliže musíš použít obou mincí?
- Dosaď:
 - za $x=3$, $y=4$, do výrazu $3x-y+1$ a vypočítej
 - za $x=3$, $y=4$, $z=7$ do výrazu $x \cdot y \cdot z-4$ a vypočítej
 - za $x=3$, $y=4$, $z=7$ do výrazu $x \cdot y \cdot z-x \cdot y$ a vypočítej
 - za $x=3$, $y=4$, $z=7$ do výrazu $x \cdot y \cdot z-x \cdot y \cdot y \cdot z-xz$ a vypočítej
 - za $m=6,3$ do výrazu $3(m-4)$ a vypočítej
- Vypočítej hodnotu

a) $11a$, je-li $a=13$	d) $11-5y$, je-li $y=-2$
b) $-b+5$, je-li $b=8$	e) $2(x+y)$, je-li $x=7,3$, $y=2,8$
c) $5+8z$, je-li $z=-2,8$	f) $(10x-2y)$, je-li $x=4,1$, $y=-3$
- Urči hodnotu výrazu

a) $3 \cdot 7x$, je-li $x=3$.	e) $4x-5$, je-li $x=-3$.
b) $10,5-x:5$, je-li $x=5$.	f) $(y+1)-(y-2)$, je-li $y=-2$.
c) $7x-3$, je-li $x=0$.	g) $10y-5x$, je-li $y=1$ a současně $x=1$.
d) $4x-5$, je-li $x=-4$.	h) $n:7$, je-li $n=2$
- Karla má m Kč. Kolik korun má Pavel, má-li třikrát více?

10. Karla má m Kč. Kolik korun má Pavel, má-li o 25 Kč více, než je polovina peněz Karly.
11. Ondřej je stár m let. Jak je starý Petr, je-li
- o sedm let starší?
 - tříkrát starší?
 - dvakrát starší, než byl Ondřej před dvěma lety?
12. Na autě se vezlo uhlí dvěma rodinám společně. Jedna rodina dostala 16 q uhlí, druhá o x q méně. Kolik uhlí přivezli oběma rodinám dohromady?
13. Farmář oral x dní po 10 hodinách, y dní po 9 hodinách. Kolik je to pracovních hodin dohromady?
14. Bednička s cukrem má hmotnost r kg, prázdná bednička má hmotnost t kg. Kolik cukru je v 8 takových bedničkách?
15. Cyklista ujel s km za dopoledne. Odpoledne pokračoval v jízdě ještě t hodin průměrnou rychlostí 18 km za hodinu. Kolik km ujel celkem?
16. Hospodyně koupila 3 kg mouky po a Kč a za 5 Kč rohlíků. Platila padesátikorunou. Kolik Kč dostala nazpět?
17. V sadě pracuje celkem n dělníků, kteří měli odpracovat celkem x hodin na úpravě sadu. Z nich p dělníků odpracovalo denně o 3 hodiny více, než měli odpracovat. Kolik hodin bylo celkem odpracováno? Počítej pak pro $n=10$, $x=5$, $p=6$.
18. Pravoúhlý trojúhelník ABC má odvěsny dlouhé 3,2 cm a 2,4 cm. Urči délku přepony trojúhelníku KLM, jehož strany jsou k krát větší než strany trojúhelníku ABC.
19. V 7. třídě je d dívek a o h méně chlapců. Kolik žáků je dnes ve třídě, když chybějí 2 dívky a 1 chlapec?
20. Pro které a nemá výraz $15:3a$ smysl?
21. Jak se změní rozdíl, jestliže menšence i menšitele zmenšíme o 19?
22. Je-li n přirozené číslo, zapiš číslo, které následuje
- hned za n v řadě přirozených čísel
 - hned před n v řadě přirozených čísel
23. Je-li n přirozené číslo, zapiš součin dvou přirozených čísel, která následují po sobě v řadě přirozených čísel, z nichž nejmenší je n .
24. Je-li n přirozené číslo, zapiš součin tří po sobě následujících čísel v řadě přirozených čísel, z nichž největší je n .
25. Sečti výrazy:
- | | |
|-----------------------------|--|
| a) $(6b+2)+(4-4b)$ | d) $5x + (3x - 1)$ |
| b) $(1-z)+(-3z-1)$ | e) $(1,2u-2)+(25-u)+(u-2) + (1,2u+21)$ |
| c) $(3a+4)+(-2a-7) + (a-3)$ | f) $(2x-5)+(2-x)+(x+2) + (2x-1)$ |
26. Zjednoduš:

- a) $3t+2t-t+1$
 b) $2x-4-9x-8+x$
 c) $4a-a+b-3a+5b-c-4b-7c$
 d) $(t-1)+(2-3t)+(4t-5)$
 e) $(-6m+2)+(-9m-1)+(5m-7)$
 f) $(x-1)-(x+2)-(x-3)+(x+4)$
 g) $1-(0,9z-0,2)+(0,7-0,3z)+(-1,2z+1,9)$
 h) $0,12x-0,7-(x-0,3)+(0,2-1)+(-0,68x-1,4)$
 i) $(4a+7)-(2a-1)-(a+1)$

27. Od součtu výrazů $(3a+1)$ a $(2a-1)$ odečtete jejich rozdíl.

28. Uprav:

- a) $6u-u+5$
 b) $2y+3y$
 c) $5pq-4pq+pq$
 d) $4ax+ax-2ax$
 e) $56t-17t+21t$
 f) $3x+2y+7x$
 g) $5r+4s-r+2s$
 h) $2m+9n+3n-m$
 i) $7a+3b-7a+3b$
 j) $5xy-2x+11y-2x-8y+3xy$
 k) $4a+2b+c-3a+3b+c$
 l) $ax+7xy-0,5ax-7xy$

29. Uprav:

- a) $2,5y-(1,8y-2,7)-(1-2y)+(2,7y+2,2)$
 b) $6u+v+4uv-v+9u-4uv$
 c) $1,8a+0,4ab+0,3b+0,6ba-0,8a+0,7b$
 d) $2y+5+x-4-2y+3x+8$
 e) $10mn+n-0,1nm+0,1m+10n-0,01m$
 f) $p+2x+3q-x+4p+7,7q$
 g) $208a+52ab-75a+49ab+8,3b-46a$

30. Zjednoduš výraz

- a) $3a+2b+2a+b$, pak dosad' do výsledku i původního výrazu $a=8$, $b=3$
 b) $2a+4b-a+3b$, pak dosad' do výsledku i původního výrazu $a=8$, $b=3$
 c) $0,5a+5b+1,5a-4b$, pak dosad' do výsledku i původního výrazu $a=8$, $b=3$.
 d) $2\frac{1}{2}a + 3\frac{1}{4}b - 3\frac{1}{4}a + \frac{3}{4}b$, pak dosad' do výsledku i původního výrazu $a=8$, $b=3$

31. Vypočítej:

- a) $(r+4).7$
 b) $(9+a).x$
 c) $(12+c).4$
 d) $9.(m+n)$
 e) $(7r+pq).8$
 f) $(ab+9x).7$
 g) $0,4y.(5+0,2x)$
 h) $(a-b).7x$
 i) $7b(4+b-c)$

32. Vynásob:

- a) $(a-2).(-4)$
 b) $(-x).(9-x)$
 c) $(-7x).(a-b)$
 d) $(-5c).(2n-0,2m)$
 e) $(e+f).(-4d)$
 f) $(4h-3k).(-7k)$

33. Vynásob a pak dosad' do původního i vypočteného výrazu

- a) $a=2$, $b=7$, $x=3$; $9x.(4a-b)$
 b) $b=7$, $x=3$; $b.(3x-1)$
 c) $b=7$, $x=3$; $(3b+x).2$
 d) $a=2$, $b=7$, $x=3$; $2x.(a+b)$
 e) $a=2$, $b=7$; $(8-b).a$
 f) $p=4$; $m=3p$; $(6m+1)$
 g) $p=4$; $3.(4p-9)$
 h) $p=4$, $m=2$, $n=3$; $2m.(p-3n)$

34. Vynásob:

- a) $(a+2b+5).4$
 b) $(3x-5y+1).6$
 c) $m.(2a+b).c$
 d) $10z.(0,2u-1,4v).(-1)$
 e) $(a+3b).4x-y$

35. Uprav výraz:

a) $3.4x.5x-10x^2$

b) $2+4x.5$

c) $3.4x.5x-5x$

d) $5ab.3ab+0,25ab.4ab$

e) $5.2m-6.3n+m-n$

f) $(-2m).(-3m)-6m^2$

g) $2.(y-1)+3.(y-2)$

h) $4.(x+3)-2.(x+5)$

36. Uprav výraz:

a) $(-3).(4y+2)+4.(3y+6)$

b) $(-5).(a-2)-6.(2+a)$

c) $9.(r+4)-3.(r+7)$

d) $0,5.(2p-4)+0,4(5p-10)$

e) $(-3).(x-3)-(x+5).(-2)$

f) $(-1,5).(4-x)-(-2,25x).(-4)$

37. Vypočítej součin $(2x-5).ab$, pak dosad' $a=8$, $b=1$, $x=6$ a vypočítej hodnotu výrazu původního a hodnotu výrazu po násobení.38. Vypočítej součin $(3x-9).ab$, pak dosad' $a=4$, $b=2,5$, $x=7,5$ a vypočítej hodnotu výrazu původního a hodnotu výrazu po násobení.

39. Vynásob:

a) $(3a+2b-4).(c+2)$

b) $(4d-1).(a-b+c)$

c) $(2d-7b-4c).(5a-2)$

d) $(6x+y+5).(2z-4)$

40. Předpokládej, že všechny proměnné jsou různé od nuly a děl:

a) $(3a^2+6a):3a$

b) $(12b^2-8b):4b$

c) $(14c^2+7c):7c$

d) $(21d^2-6d):3d$

41. Vyjádři jako součin

a) $2x+2y$

b) $5r-5s$

c) $ax-ay$

d) $mn+2n$

e) $7b-bc$

f) $3z+36u-6v$

g) $7p+pq$

h) $3ac+ad$

i) $2ab-2$

42. Vytkní z výrazu číslo -1:

a) $x-2y$

b) $1-2b-b^2$

c) $-8a-7b$

d) $-0,5e-1$

e) $-3x-4y-5z$

f) $-4f+6$

43. Rozlož na součin:

a) $ab-a-b+1$

b) $r(2-3z)-5(3z-2)$

c) $m(n-1)-n+1$

d) $a(7x-2)+2-7x$

e) $(p-r)k+(2k-1).(p-r)$

f) $(x+5).(y-1)-(1-y).(5+x)$

g) $(z-2).(6+x)-(x+6).(2-z)$

44. Rozlož na součin užitím vzorce $(a+b)^2$:

a) $25x^2+10xy+y^2=$

b) $a^2+4ab+4b^2=$

c) $4m^2+12mn+9n^2=$

d) $49x^2+14x+1=$

e) $16x^2+24xy+9y^2=$

f) $1+4y+4y^2=$

g) $1+2a+a^2=$

h) $9k^2+6kp+p^2=$

45. Rozlož na součin užitím vzorce $(a-b)^2$:

a) $a^4b^2-6a^2b+9=$

b) $100m^2-6m+0,09=$

c) $9x^2-12x^2y+4x^2y=$

d) $2\frac{1}{4}-3x+x^2=$

e) $nm^2-4nm+4n=$

46. Rozlož na součin užitím vzorce $(a+b)(a-b)$:

a) $(2p-1)^2-r^2=$
 b) $(0,6-2b)^2-0,09=$
 c) $(3x-5)^2-9^2=$

d) $(0,5g-1)^2-0,04^2=$
 e) $25x^2-(3-5x)^2=$
 f) $0,25r^2-(r+s)^2=$

g) $(13-x)^2-(13-y)^2=$
 h) $(a-x)^2-(a-y)^2=$
 i) $(2x-y)^2-(x-2y)^2=$

47. Rozlož na součin:

a) $8x+12y=$
 b) $15x-60y+45z=$
 c) $18a^3b^4+9a^2b^3-27a^2b=$

d) $m(x-3)-n(x-3)=$
 e) $7a-4b-c(4b-7a)=$
 f) $4x+12+xy+3y=$

g) $3(x-y)-z(y-x)=$
 h) $3x-3+ax-a-bx+b=$
 i) $y^2-289=$

48. Rozlož na součin nebo mocninu:

a) $-48xy+9x^2+64y^2=$
 b) $25-(3x+4)^2=$

c) $\frac{4}{49}x^2+\frac{4}{5}xy+\frac{49}{25}y^2=$

d) $125x^2z-200xyz+80y^2z=$
 e) $196x^2-308xy+121y^2=$

49. V továrně vyrobili za hodinu c párů obuvi. Kolik vyrobí za 0,57 hodiny?

50. Petra si pravidelně měsíčně spořila p korun. Co znamená zápis $12p$?

51. V kině je celkem a sedadel v b řadách. Co znamená zápis $a:b$?

52. Ve třídě je x chlapců a y dívek. Co představuje zápis $x-y$? Kolik osob je ve třídě včetně učitele?

53. V trolejbusu je a míst k sezení a b míst k stání. Kolik osob jede v plně obsazeném trolejbusu?

54. Auto ujede za 5 hodin s kilometrů. Kolik kilometrů ujelo průměrně za jednu hodinu?

55. V dílně A pracuje x dělníků, což je o 7 méně než v dílně B. Kolik dělníků pracuje v obou dílnách dohromady?

56. Vlak jede rychlostí y km za hodinu. Kolik kilometrů ujede za 25 minut?

57. Urči délku strany čtverce, který má obvod $(10a+9)$ metrů.

58. Nákladní auto jelo rychlostí 5 km/h z města P do města O, jehož vzdálenost je s km. Pro poruchu motoru musel řidič přerušit jízdu na 30 minut. Kolik hodin trvala trasa z P do O?

59. O kolik centimetrů je obvod obdélníku se stranami x cm a $(x+2)$ cm větší než obvod čtverce se stranou dlouhou $(x+1)$ cm?

60. O kolik milimetrů je obvod čtverce se stranou délky $(a+3)$ mm větší než obvod čtverce se stranou dlouhou $(a-1)$ mm?

61. Při směně měla každá z s šiček obroubit u ubrusů. Na směnu pro nemoc však nenastoupily 2 šičky. Zbývající šičky se dohodly, že stanovený úkol splní i za ně. Kolik ubrusů musela v této směně obroubit každá z přítomných šiček? Vyřeš úlohu pro $s=42$, $u=120$.

62. Na opravě mostu pracovali v pondělí 3 svářeči po a hodinách a 1 dělník b hodin, v úterý 1 zámečník 6 hodin a 5 dělníků po b hodinách. Kolik bylo na mostě odpracováno hodin?

63. V nemocnici je v přízemí u pokojů dvoulůžkových, v pokojů po 4 lůžkách a jeden pokoj je osmi lůžkový. V prvním patře je v pokojů čtyřlůžkových a jeden pokoj dvoulůžkový. Kolik je všech lůžek dohromady?
64. Do prodejny přivezli 50 bochníků chleba r kilových a 34 bochníků s kilových. Do večera prodali 78 bochníků, z toho 32 s kilových. Kolik chleba zbylo na druhý den?
65. V kině prodali na odpolední představení 58 vstupenek po a Kč a 98 vstupenek po b Kč. Na večerní představení bylo prodáno 67 vstupenek po a Kč a 52 po b Kč. Vypočti denní tržbu.
66. Dělník vydělá za 1 hodinu m Kč. Kolik vydělá za p týdnů při osmihodinové denní pracovní době?
67. Rychlík jede rychlostí v km za hodinu. Osobní vlak ujede za hodinu o 25 km méně. Kolik kilometrů ujede za t hodin rychlík, kolik osobní vlak.
68. Žáci zasadili lesní stromky. Z šestých tříd se zúčastnilo 28 žáků po m dní, 32 žáci po n dní. Ze sedmých tříd 25 žáků po c dní, 18 žáků po m dní, z osmé třídy 19 žáků po c dní. Kolik pracovních dní je to dohromady?

Výsledky souhrnných cvičení:

- | | |
|---|---|
| 1. a)10 b)91 c)5/7 | 15. $s+t.18$ |
| 2. 70 | 16. $50-(3a+5)$ |
| 3. $46a + \frac{2}{3}t$ | 17. $nx + p.(x + 3); 98 \text{ hodin}$ |
| 4. 8,5; 3,5 | 18. $4k$ |
| 5. 4 | 19. $d - 2 + d - h - 1 = 2d - h - 3$ |
| 6. a)6 b)80 c)63 d)23 e)6,9 | 20. $a = 0$ |
| 7. a)143 b)-3 c)-17,4 d) 21 e) 20,2 f)47 | 21. nezmění |
| 8. a)63 b)9,5 c)-3 d)-21 e) -17 f) +3 g)5 h)2/7 | 22. a) $n + 1$ b) $n - 1$ |
| 9. $3m$ | 23. $n.(n + 1)$ |
| 10. $m/2+25$ | 24. $(n-2).(n-1).n$ |
| 11. a) $m+7$ b) $3m$ c) $(m-2).2$ | 25. a) $2b + 6$ b) $-4z$ c) $2a-6$ d) $8x-1$ e) $2,4u+42$ f) $4x-2$ |
| 12. $16+(16-x)$ | 26. a) $4t+1$ b) $-6x-12$ c) $2b-8c$ d) $-2t-4$ e) $-10m-6$ f) 4 |
| 13. $10x + 9y$ | g) $2,4z+3,8$ h) $-1,3x-2,8$ i) $a+7$ |
| 14. $(r-t).8$ | 27. $4a-2$ |
| 28. a) $5u+5$ b) $5y$ c) $2pq$ d) $3ax$ e) 60 f) $10x+2y$ g) $4r+6s$ h) $m+12n$ i) $6b$ j) $-4x+3y+8xy$ k) $a+5b+2c$ l) $0,5ax$ | |
| 29. a) $5,4y+3,9$ b) $15u$ c) $a+b+ab$ d) $4x+9$ e) $0,09m+11n+9,9mn$ f) $x+5p+10,7q$ g) $87a+8,3b+101ab$ | |
| 30. a) $5a+3b$; 49 b) $a+7b$; 29 c) $2a+b$; 19 d) $-\frac{3}{4}x+4y$; 6 | |
| 31. a) $7r+28$ b) $9x+ax$ c) $48+4c$ d) $9m+9n$ e) $56r+8pq$ f) $7ab+63x$ g) $2y+0,08xy$ h) $7ax-7bx$ i) $28b+7b^2 - 7bc$ | |
| 32. a) $-8a+8$ b) x^2-9x c) $7bx-7ax$ d) $1cm-10cn$ e) $-4ed-4fd$ f) $21k^2-28hk$ | |
| 33. a) $36ax-9bx$; 27 b) $3bx-b$; 56 c) $6b+2x$; 48 d) $2ax+2bx$; 54 e) $8a-ab$; 2 f) $6pm+p$;76 g) $12p-27$; 21 | |
| h) $2mp-6mn$; -20 | |
| 34. a) $4a+8b+20$ b) $18x-30y+6$ c) $2acm+cbm$ d) $14vz-2uz$ e) $4ax+12bx-y$ | |
| 35. a) $50x^2$ b) $20x+2$ c) $60x^2-5x$ d) $16a^2b^2$ e) $11m-19n$ f) 0 g) $5y-8$ h) $2x+2$ | |
| 36. a) $18b$ -11a-2 c) $6r+15$ d) $3p-6$ e) $19-x$ f) $-6-7,5x$ | |
| 37. $2abx-5ab$;56 | |
| 38. $3abx-9ab$;135 | |
| 39. a) $3ac+2bc-4c+6a+4b-8$ b) $4ad-4bd+4cd-a+b-c$ c) $10ad-35ab-20ac-4d+14b+8c$ | d) $12xz+2yz+10z-24x-$ |
| 4y-20 | |
| 40. a) $a+2$ b) $3b-2$ c) $2c+1$ d) $7d-2$ | |
| 41. a) $2.(x+y)$ b) 5.($r-s$) c) a.($x-y$) d) n.($m+2$) e) b.($7-c$) f) 3.($z+9u-2v$) g) p.($7+q$) h)3a.($c+d$) i) 2.($ab-1$) | |

42. a) $2y-x$ b) b^2+2b-1 c) $8a+7b$ d) $1+0,5e$ e) $-3x-4y-5z$ f) $4f-6$

43. a) $(b-1) \cdot (a-1)$ b) $(-1) \cdot (3p-q)$ c) $2 \cdot (r^2+2r+2)$ d) $5 \cdot (5u^2-5u-3)$ e) $(-5x) \cdot (a+b+c)$ g) $7 \cdot (-3x+4y-2z+7)$

44. a) $(5x+y)^2$ b) $(a+2b)^2$ c) $(2m+3n)^2$ d) $(7x+1)^2$ e) $(4x+3y)^2$ f) $(1+2y)^2$ g) $(1+a)^2$ h) $(3k+p)^2$

45. a) $(a-2)^2$ b) $(x-1)^2$ c) $(a-bc)^2$ d) $(\frac{2}{5}-y)^2$ e) $(a^2b-3)^2$ f) $(10m-0,3)^2$ g) $(3x-2xy)^2$ h) $(\frac{3}{2}-x)^2$ i) $n \cdot (m-2)^2$

46. a) $(2p-1+r) \cdot (2p-1-r)$ b) $(0,3-2b) \cdot (0,9-2b)$ c) $(3x-8) \cdot (3x-2)$ d) $(0,5g-1,2) \cdot (0,5g-0,8)$ e) $(10x-3) \cdot 3$ f) $(-0,5r-s) \cdot (1,5r+s)$ g) $(y-x) \cdot (26-x-y)$ h) $(x-y) \cdot (2a-x-y)$ i) $(x+y) \cdot (2a+x-3y)$

47. a) $4 \cdot (2x+3y)$ b) $15 \cdot (x-4y+3z)$ c) $9a^2b \cdot (2ab^3+b^2-3)$ d) $(x-3) \cdot (m-n)$ e) $(7a-4b) \cdot (1+c)$ f) $(x+3) \cdot (4+y)$ g) $(x-y) \cdot (3+z)$ h) $(x-1) \cdot (3+a-b)$ i) $(y-17) \cdot (y+17)$

48. a) $(3x-8y)^2$ b) $(9+3x) \cdot (1-3x)$ c) $(\frac{4}{7}x + \frac{7}{5}y)^2$ d) $5z \cdot (5x-4y)^2$ e) $(14x-11y)^2$

49. $0,57c$

50. spořila 12 měsíců

51. Kolikrát více je sedadel.

52. O kolik více je chlapců. $x+y+1$

53. $a+b+1$

54. $s:5$

55. $x+(x+7)$

56. $y:60,25 = \frac{5}{12}y$

57. $(10a+9):4$

58. $(0,02s+0,5)h$

59. obvody jsou shodné

60. o 6 mm

61. 121

62. $3a+6b+6$

63. $2u+8v+10$

64. $4r+2s$

65. $125a+150b$

66. $40mp$

67. $v \cdot t; (v-25) \cdot t$

68. $53m+44c+18m$

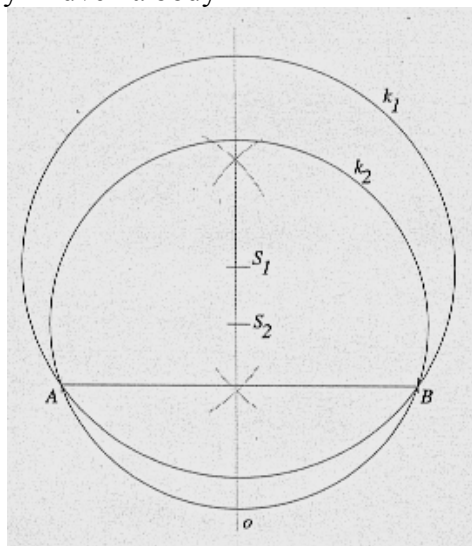
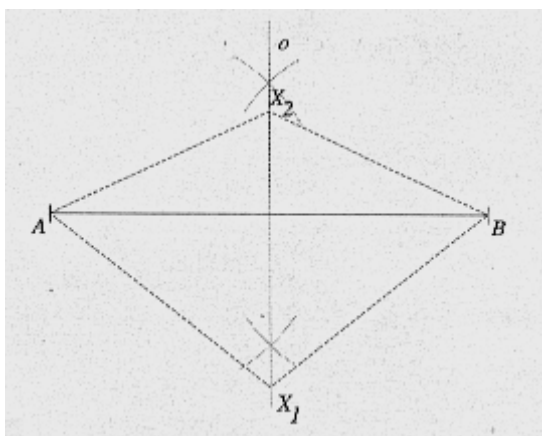
2. Konstrukční úlohy

2.1 Množiny bodů dané vlastnosti

- Hledáme množiny bodů, které mají vlastnosti požadované v zadání

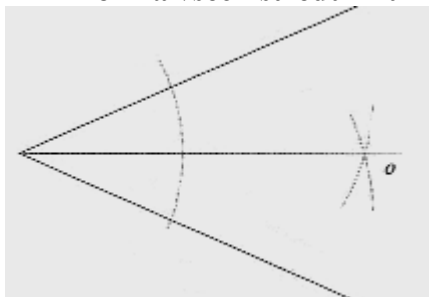
2.1.1 Osa úsečky

- Množina všech bodů, které mají od daných dvou bodů stejnou vzdálenost
- Množina všech středů kružnic, které procházejí danými dvěma body



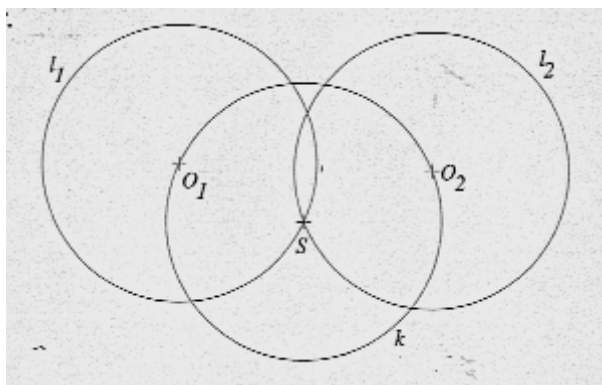
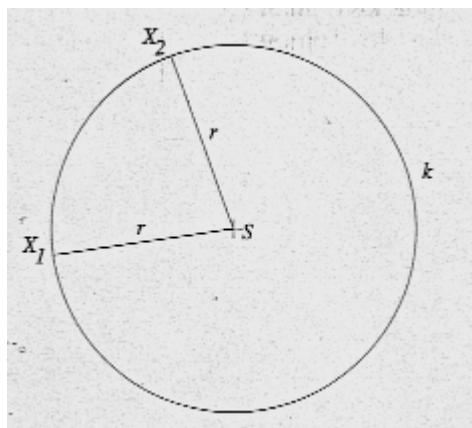
2.1.2 Osa úhlu

- Množina všech bodů tohoto úhlu, které mají stejnou vzdálenost od obou jeho ramen
- Množina všech středů kružnic, které se dotýkají obou ramen úhlu



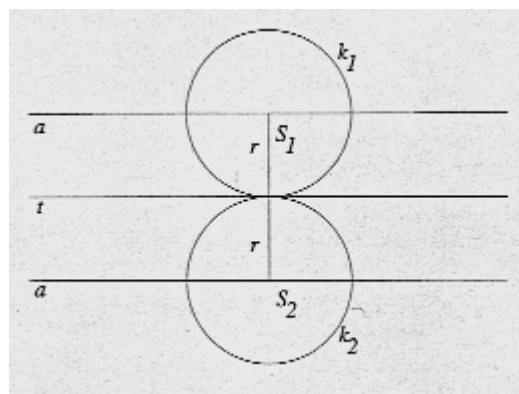
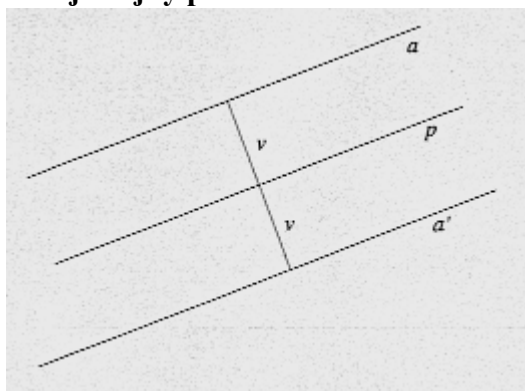
2.1.3 Kružnice

- Množina všech bodů, které mají od daného bodu stejnou vzdálenost
- Množina středů všech kružnic, které procházejí daným bodem a mají stejný poloměr



2.1.4 Rovnoběžky

- Množina všech bodů, které mají od dané přímky stejnou vzdálenost
- Množina všech středů kružnic, které se dotýkají dané přímky (je jejich společnou tečnou) a mají stejný poloměr

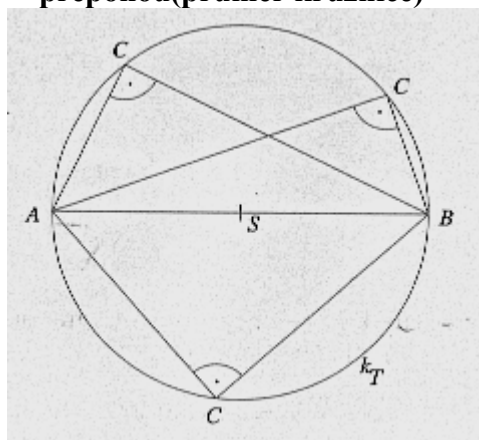


2.1.5 Soustředné kružnice

- Množina všech středů O kružnic l se stejným poloměrem, které se dotýkají dané kružnice k se středem S

2.1.6 Thaletova kružnice

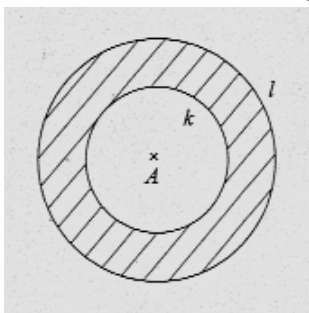
- Množina vrcholů pravých úhlů všech pravoúhlých trojúhelníků sestrojených nad přeponou (průměr kružnice)



Příklad:

Je dán bod A. Vyšetřete množinu všech bodů X, pro něž platí, že $|XA| > 1,5 \text{ cm}$,
 $|XA| < 2,5 \text{ cm}$

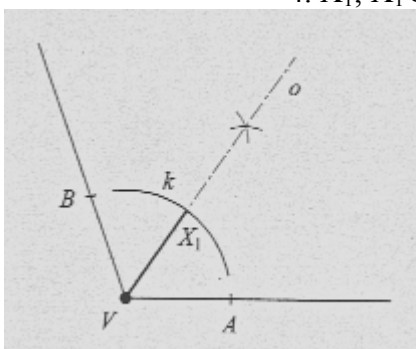
- Postup konstrukce:**
1. k ; $k(A; r = 1,5 \text{ cm})$
 2. l ; $l(A; r = 2,5 \text{ cm})$



Hledanou množinou bodů X je průnik kruhu, ohraničený kružnicí l , a vnější oblasti kružnice k . (mezikruží)

Příklad: Je dán $|\angle AVB| = 110^\circ$. Vyšetřete množinu všech bodů X , Které mají shodnou vzdálenost od ramen úhlu AVB a jejichž vzdálenost od vrcholu V je nejvýše 2 cm.

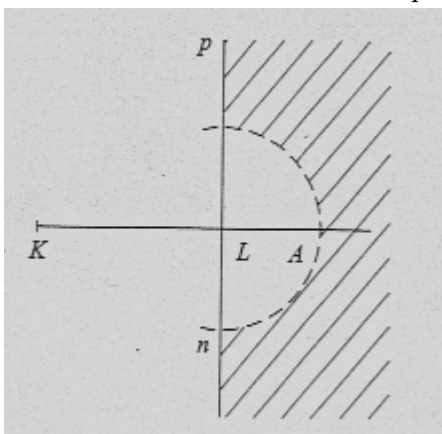
- Postup konstrukce:**
1. $\angle AVB$; $|\angle AVB| = 110^\circ$
 2. o ; o - osa úhlu AVB
 3. k ; $k(V; r = 2 \text{ cm})$
 4. X_1 ; $X_1 \in k \cap o$



Hledanou množinou bodů X je úsečka VX_1 , bod V do ní nepatří.

Příklad: Vyšetřete množinu všech vrcholů M trojúhelníku KLM , víte-li, že $|KL| = 28 \text{ mm}$, $|LM| > 1,5 \text{ cm}$ a úhel KLM je tupý.

- Postup konstrukce:**
1. KL ; $|KL| = 28 \text{ mm}$
 2. p ; $p \perp \leftrightarrow KL$, $L \in p$
 3. n ; $n(L; r = 1,5 \text{ cm})$
 4. A ; $A \in p \cap \rightarrow KL$



Hledanou množinou vrcholů M (vyšrafovaná část) je průnik poloroviny pA a vnější oblasti kružnice n , přičemž body ležící na pa polopřímce LA do ní nepatří.

2.2 Konstrukční úlohy-konstrukce trojúhelníků

- V této kapitole jsou uvedeny nejčastější konstrukční úlohy
- Všechny příklady jsou řešeny pouze v jedné polorovině
- V $\triangle ABC$ známe:

a) a, b, c	věta SSS
b) a, b, α	věta USS
c) a, b, λ	věta SUS
d) a, α, β	věta USU
e) a, β, λ	věta USU

.....tyto příklady jsou řešeny v 7. ročníku

Konstrukční úlohy řešené na ZŠ jsou roztrženy do několika skupin:

- Známe strany a, b a:

a) v_a
b) v_c
c) t_a
d) t_c
e) r -poloměr kružnice opsané
- Známe stranu a, β a:

a) α
b) λ
c) v_a
d) v_b (viz příklad 2)
e) t_a
f) t_c (viz příklad 1)
g) r -poloměr kružnice opsané
h) ρ -poloměr kružnice vepsané (viz příklad 8)
- Známe stranu a, v_a a:

a) v_b
b) t_a (viz příklad 7)
c) t_b
d) r -poloměr kružnice opsané (viz příklad 3)
- Známe stranu a, v_b a:

a) v_c
b) t_a
c) t_b
d) t_c (pro $v_b < a$)
e) t_c (pro $v_b = a$)
f) r (pro $v_b < a$)
g) ρ -poloměr kružnice vepsané (pro $v_b < a$)
- Známe stranu a, t_a a:

a) t_b
b) r (viz příklad 4)
- Známe α, β a:

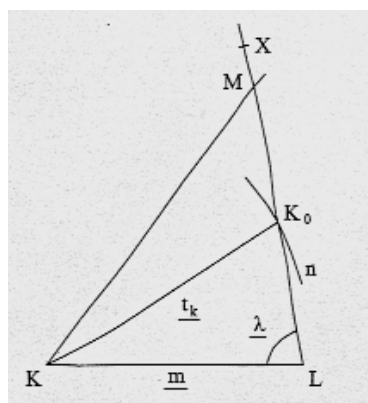
a) v_a
b) v_c
c) t_a
d) r
e) ρ
- Známe α, v_b a:

a) v_c
b) t_a
c) t_b (viz příklad 9)
d) t_c

e) r (viz příklad 5)
f) ρ

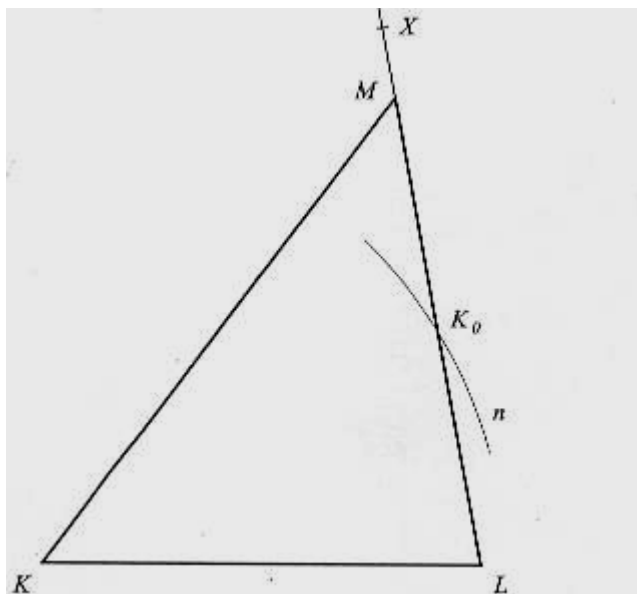
Příklad 1: Sestroj $\triangle KLM$, víte-li, že $m = 55 \text{ mm}$, $t_k = 58 \text{ mm}$ | $\angle MLK = 80^\circ$.

Náčrtek:



- Postup konstrukce:**
1. KL ; $|KL| = 55 \text{ mm}$
 2. $\angle XLK$; $|\angle XLK| = 80^\circ$
 3. n ; $n(K; r = t_k = 58 \text{ mm})$
 4. K_0 ; $K_0 \in n \cap LX$
 5. M ; $M \in LX$, $|LM| = 2 \cdot |LK_0|$
 6. $\triangle KLM$

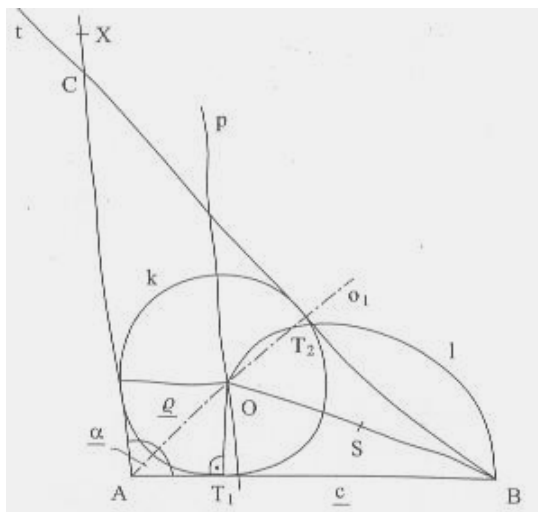
Konstrukce:



Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

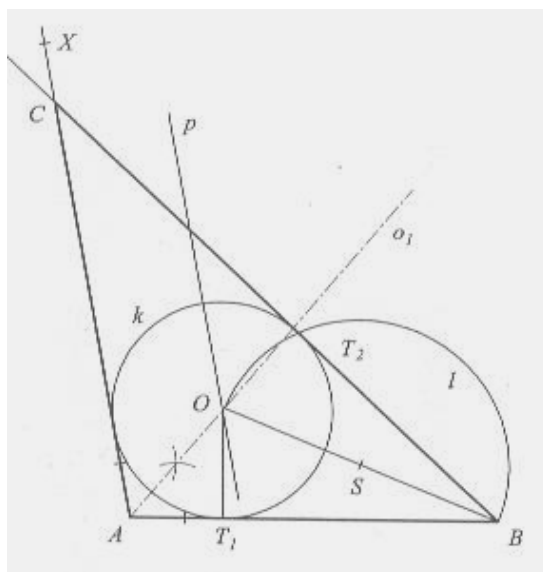
Příklad 2: Sestroj trojúhelník ABC, víte-li, že $c = 5$ cm, $\alpha = 100^\circ$, a vzdálenost středu kružnice vepsané od strany AC je 1,5 cm.

Náčrtek:



- Postup konstrukce:**
1. AC; $|AC| = 4,5$ cm
 2. $\angle XAC$; $|\angle XAC| = 60^\circ$
 3. p ; $p \parallel AC$, $|p, AC| = 1,5$ cm
 4. o_1 ; o_1 - osa úhlu XAC
 5. O; $O \in p \cap o_1$
 6. T_1 ; $T_1 \in AC$, $OT_1 \perp AC$
 7. k ; $k(O; r = |AC|)$
 8. S; $S \in OC$; $|SO| = |SC|$
 9. l ; $l(S; r = |SO|)$ – Thaletova kružnice
 10. T_2 ; $T_2 \in k \cap l$
 11. $\mapsto CT_2$
 12. B; $B \in \mapsto AX \cap \mapsto CT_2$
 13. $\triangle ABC$

Konstrukce:



Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

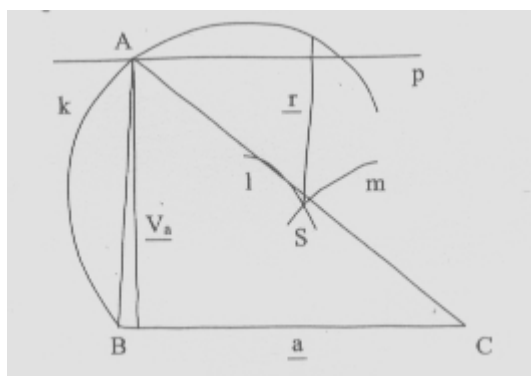
Cvičení 1: Sestroj $\triangle OPQ$, víte-li, že $o = 57 \text{ mm}$, $v_0 = 4,5 \text{ cm}$ $\mid \angle OQP \mid = 85^\circ$.

Cvičení 2: Sestroj $\triangle XYZ$, víte-li, že $x = 62 \text{ mm}$, $v_x = 2,8 \text{ cm}$ | $\angle YXZ = 90^\circ$. (Použij Thaletovu větu)

Cvičení 3: Sestroj $\triangle ABC$, víte-li, že $a = 62 \text{ mm}$, $t_a = 4,5 \text{ cm}$, $c = 5,5 \text{ cm}$.

Cvičení 4: Sestroj $\triangle OPQ$, víte-li, že $o = 5,2 \text{ mm}$, $t_0 = 3,8 \text{ cm}$ | $\angle OQP = 90^\circ$.

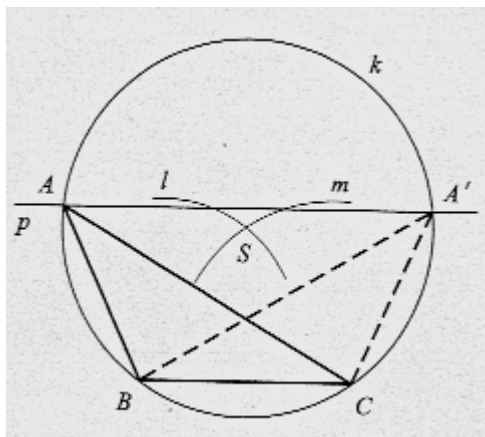
Příklad 3: Sestroj $\triangle ABC$, víte-li, že $a = 4$ cm, $v_a = 3,2$ cm, $r = 3,5$ cm (r je poloměr kružnice opsané)



Náčrtek a rozbor:

Postup konstrukce:

1. BC; $|BC| = 4 \text{ cm}$
2. l ; $l(B; r = 3,5 \text{ cm})$
3. m ; $m(C; r = 3,5 \text{ cm})$
4. S; $S \in l \cap m$
5. k ; $k(S; r = 3,5 \text{ cm})$
6. p ; $p \parallel BC$; $|p, BC| = 3,2 \text{ cm}$

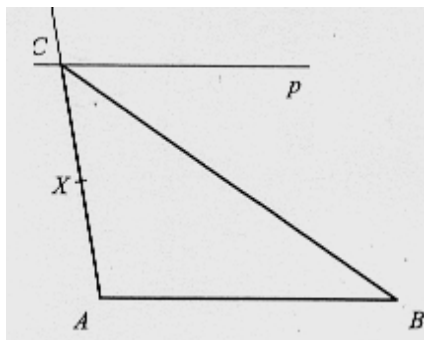
7. $A; A \in k \cap p$ 8. $\triangle ABC$ **Konstrukce:****Úloha má v dané polorovině dvě řešení.**

- V řešení dalších příkladů je uveden pouze postup konstrukce, konstrukce a počet řešení

Příklad 4 : Sestroj $\triangle ABC$, víte-li, že $c = 38 \text{ mm}$, $v_c = 3 \text{ cm}$ | $\angle BAC$ | $= 100^\circ$

Postup konstrukce:

1. AB ; $|AB| = 38 \text{ mm}$
2. $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 100^\circ$
3. p ; $p \parallel \leftrightarrow AB$, $|p, \leftrightarrow AB| = 3 \text{ cm}$
4. C ; $C \in p \cap AX$
5. ABC

Konstrukce:**Úloha má v dané polorovině jedno řešení.****Příklad 5:** Sestroj $\triangle ABC$, víte-li, že $c = 3,8 \text{ cm}$, $t_c = 2,7 \text{ cm}$, $r = 2,2 \text{ cm}$.

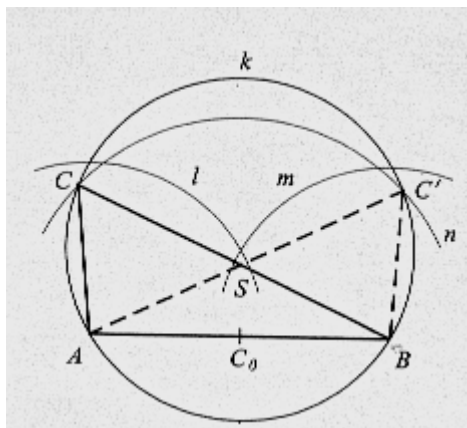
Postup konstrukce:

1. AB ; $|AB| = 3,8 \text{ cm}$
2. l ; $l(A; r = 2,2 \text{ cm})$
3. m ; $m(B; r = 2,2 \text{ cm})$
4. S ; $S \in l \cap m$
5. k ; $k(S; r = 2,2 \text{ cm})$
6. C_0 ; $C_0 \in AB$, $|C_0A| = |C_0B|$
7. n ; $n(C_0; r = t_c = 2,7 \text{ cm})$

8. $C; C \in k \cap n$

9. $\triangle ABC$

Konstrukce:



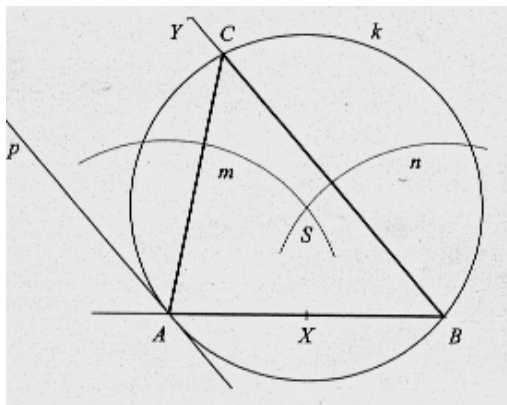
Úloha má v dané polorovině dvě řešení.

Příklad 6: Sestroj $\triangle ABC$, víte-li, že $r = 2,5$ cm, $v_a = 3$ cm, $\beta = 50^\circ$, r je poloměr kružnice opsané.

Postup konstrukce:

1. $\angle YBX$; $|\angle YBX| = 50^\circ$
2. p ; $p \parallel \leftrightarrow BY$, $|p \leftrightarrow BY| = 3$ cm
3. A ; $A \in p \cap \leftrightarrow BX$
4. m ; $m(A; r = 2,5$ cm)
5. n ; $n(B; r = 2,5$ cm)
6. S ; $S \in m \cap n$
7. k ; $k(S; r = 2,5$ cm)
8. C ; $C \in k \cap \leftrightarrow BY$
9. $\triangle ABC$

Konstrukce:



Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Cvičení 5: Sestroj $\triangle ABC$, víte-li, že $r = 41$ mm, $t_a = 4,5$ cm, $a = 5,5$ cm.

Cvičení 6: Sestroj $\triangle OPQ$, víte-li, že $r = 4,8$ cm, $v_o = 3,8$ cm, $o = 56$ mm.

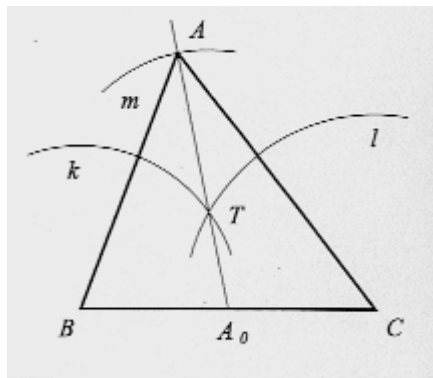
Příklad 7: Sestroj $\triangle ABC$, víte-li, že $a = 3,7$ cm, $t_b = 3$ cm, $t_c = 3,6$ cm.

Postup konstrukce:

1. BC ; $|BC| = 3,7$ cm

2. $k; k(B; r = \frac{2}{3} t_b = 2 \text{ cm})$
3. $l; l(C; r = \frac{2}{3} t_c = 2,4 \text{ cm})$
4. $T; T \in k \cap l$
5. $A_0; A_0 \in BC, |A_0B| = |A_0C|$
6. $m; m(T; r = 2 \cdot |TA_0|)$
7. $A; A \in m \cap \rightarrow A_0T$
8. $\triangle ABC$

Konstrukce:

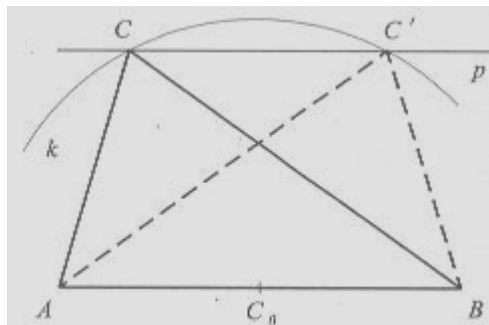


Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Příklad 8: Sestroj $\triangle ABC$, víte-li, že $c = 5 \text{ cm}$, $t_c = 3,4 \text{ cm}$, $v_c = 3 \text{ cm}$.

- Postup konstrukce:**
1. $AB; |AB| = 5 \text{ cm}$
 2. $p; p \parallel \leftrightarrow AB, |p, \leftrightarrow AB| = 3 \text{ cm}$
 3. $C_0; C_0 \in AB, |C_0A| = |C_0B|$
 4. $k; k(C_0; r = t_c = 3,4 \text{ cm})$
 5. $C; C \in k \cap p$
 6. ABC

Konstrukce:



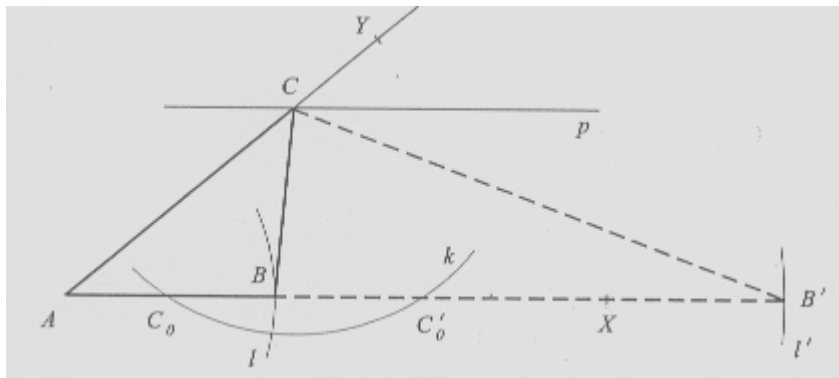
Úloha má v dané polorovině dvě řešení.

Příklad 9: Sestroj trojúhelník ABC , je-li $\alpha = 40^\circ$, $v_c = 2,5 \text{ cm}$, $t_c = 3 \text{ cm}$

- Postup konstrukce:**
1. $\angle XAY; |\angle XAY| = 40^\circ$
 2. $p; p \parallel \leftrightarrow AX, |p, \leftrightarrow AX| = 2,5 \text{ cm}$

3. $C; C \in p \cap \mapsto AY$
4. $k; k(C; r = t_c = 3 \text{ cm})$
5. $C_0; C_0 \in k \cap \mapsto AX$
6. $l; l(A; r = 2 \cdot |AC_0|)$
7. $B; B \in l \cap \mapsto AX$
8. $\triangle ABC$

Konstrukce:

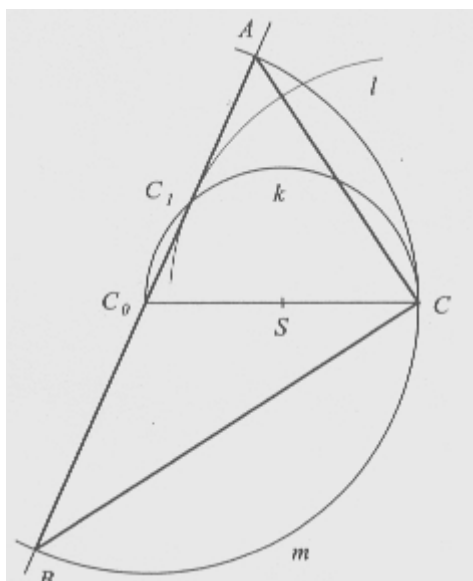


Úloha má v dané polorovině dvě řešení.

Příklad 10: Sestroj trojúhelník ABC, je-li $|\angle ACB| = 90^\circ$, $v_c = 3,1 \text{ cm}$, $t_c = 3,4 \text{ cm}$

- Postup konstrukce:**
1. $CC_0; |CC_0| = t_c = 3,4 \text{ cm}$
 2. $S; S \in CC_0, |SC| = |SC_0|$
 3. $k; k(S; r = |SC|)$ -Thaletova kružnice
 4. $l; l(C; r = v_c = 3,1 \text{ cm})$
 5. $C_1; C_1 \in k \cap l$
 6. $m; m(C_0; r = t_c = 3,4 \text{ cm})$ -Thaletova kružnice
 7. $A; A \in m \cap \mapsto C_0 C_1$
 8. $B; B \in m \cap \mapsto C_1 C_0$
 9. $\triangle ABC$

Konstrukce:



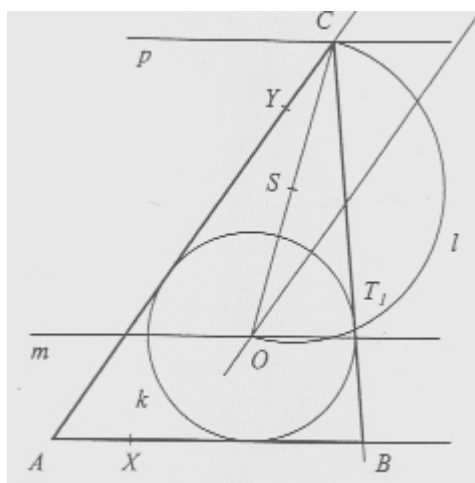
Úloha má v dané

polorovinně jedno řešení.

Příklad 11: Sestroj trojúhelník ABC, je-li $\alpha = 55^\circ$, $v_c = 5$ cm, $\rho = 13$ mm (ρ - poloměr kružnice vepsané)

- Postup konstrukce:**
1. $\angle XAY$; $|\angle XAY| = 55^\circ$
 2. m ; $m \parallel \leftrightarrow AX$, $|m, \leftrightarrow AX| = 13$ mm
 3. n ; $n \parallel \leftrightarrow AY$, $|n, \leftrightarrow AY| = 13$ mm
 4. O ; $O \in m \cap n$
 5. k ; $k(O; r = 13$ mm)
 6. p ; $p \parallel \leftrightarrow AX$, $|p, \leftrightarrow AX| = v_c = 5$ cm
 7. C ; $C \in p \cap \leftrightarrow AY$
 8. S ; $S \in CO$, $|SC| = |SO|$
 9. l ; $l(S; r = |SO|)$ – Thaletova kružnice
 10. T_1 ; $T_1 \in k \cap l$
 11. B ; $B \in \leftrightarrow CT_1 \cap \leftrightarrow AX$
 12. $\triangle ABC$

Konstrukce:

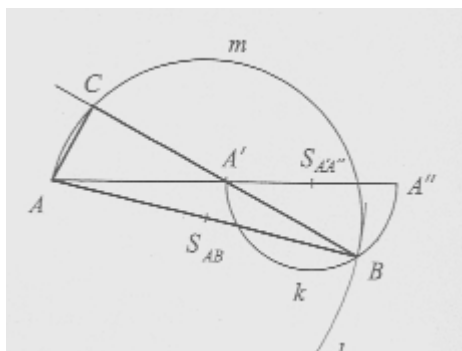


Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Příklad 12: Sestroj pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou $c = 4$ cm, víte-li, že $t_a = 2,2$ cm.

- Postup konstrukce:**
1. AA'' ; $|AA''| = 2 \cdot t_a = 4,4$ cm
 2. A' ; $A' \in AA''$, $|AA'| = |A''A'| =$
 3. $S_{A'A''}$; $S_{A'A''} \in A'A''$, $|S_{A'A''}A'| = |S_{A'A''}A''|$
 4. k ; $k(S_{A'A''}; r = |S_{A'A''}A'|)$ Thaletova kružnice
 5. l ; $l(A; r = c = 4$ cm) – Thaletova kružnice
 6. B ; $B \in k \cap l$
 7. S_{AB} ; $S_{AB} \in AB$, $|S_{AB}A| = |S_{AB}B|$
 8. m ; $m(S_{AB}; r = |S_{AB}A|)$ – Thaletova kružnice
 9. C ; $C \in m \cap \leftrightarrow BA'$
 10. $\triangle ABC$

Konstrukce:

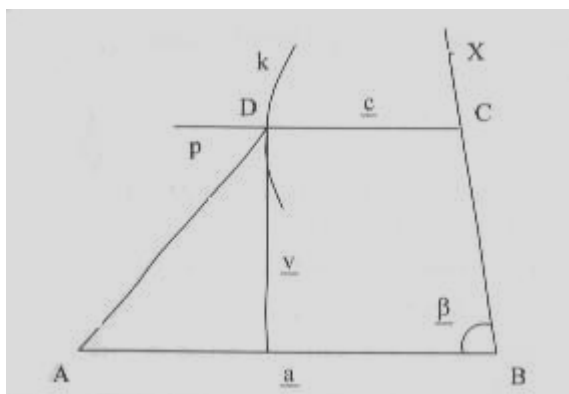


Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

2.3 Konstrukční úlohy-konstrukce čtyřúhelníků

Příklad 13: Sestroj lichoběžník ABCD, je-li dáno: $a = 6 \text{ cm}$, $c = 2,5 \text{ cm}$, $v = 3,2 \text{ cm}$, $\beta = 75^\circ$

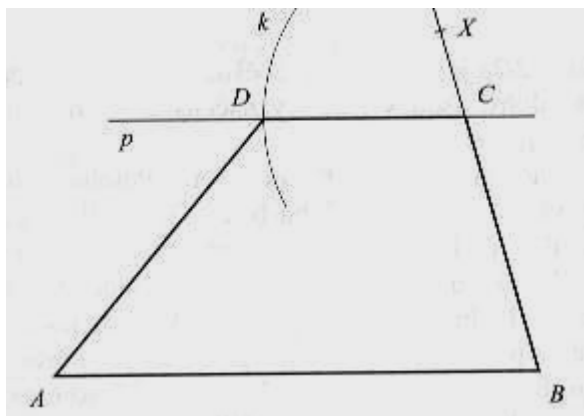
Náčrtek:



Postup konstrukce:

1. AB; $|AB| = 6 \text{ cm}$
2. $\angle XBA$; $|\angle XBA| = 75^\circ$
3. p ; $p \parallel \leftrightarrow AB$, $|p, \leftrightarrow AC| = 3,2 \text{ cm}$
4. C; $C \in p \cap \leftrightarrow BX$
5. k ; $k(C; r = c = 2,5 \text{ cm})$
6. D; $D \in k \cap p$
7. lichoběžník ABCD

Konstrukce:

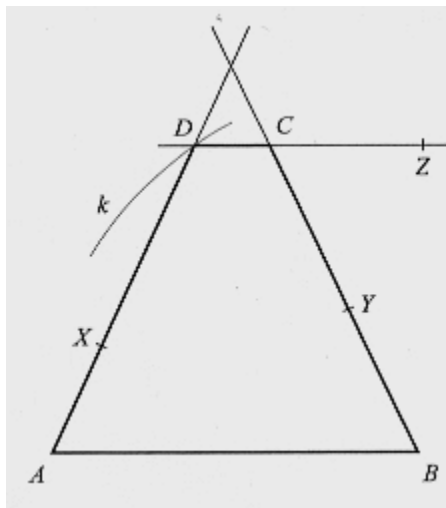


Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Příklad 14: Sestroj rovnoramenný lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$), je-li dáno: $a = 4,6$ cm, $f = 4,8$ cm, $v = 3,2$ cm, $\alpha = 65^\circ$

- Postup konstrukce:**
1. AB ; $|AB| = 4,6$ cm
 2. $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 65^\circ$
 3. k ; $k(B; r = f = 4,8$ cm)
 4. C ; $C \in p \cap \rightarrow AX$
 5. $\leftrightarrow DY$; $\leftrightarrow DZ \parallel \leftrightarrow AB$
 6. $\angle YBA$; $|\angle YBA| = |\angle BAX| = 65^\circ$
 6. C ; $C \in \leftrightarrow DZ \cap \rightarrow BY$
 7. lichoběžník ABCD

Konstrukce:



Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Cvičení 7. Sestroj obdélník ABCD s průsečíkem úhlopříček S, je-li $|AC| = 6$ cm, $|\angle CSB| = 60^\circ$

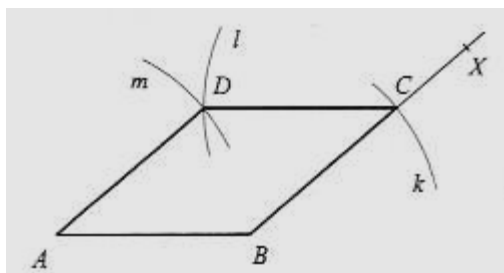
Cvičení 8. Sestroj kosočtverec ABCD, je-li $a = 25$ mm, $\beta = 140^\circ$.

Příklad 15: Sestroj kosočtverec ABCD, je-li dáno: $a = 2,5$ cm, $\beta = 140^\circ$

- Postup konstrukce:**
1. AB ; $|AB| = 2,5$ cm

2. XBA; $|\angle XBA| = 140^\circ$
3. k ; $k(B; r = a = 2,5 \text{ cm})$
4. C; $C \in k \cap \text{přímka } BX$
5. l ; $l(C; r = a = 2,5 \text{ cm})$
6. m ; $m(A; r = a = 2,5 \text{ cm})$
6. D; $D \in l \cap m$
7. kosočtverec ABCD

Konstrukce:

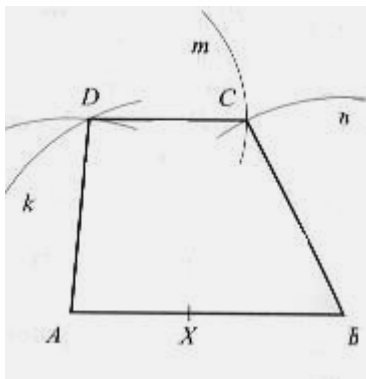


Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Příklad 16: Sestroj rovnoběžník ABCD, je-li dáno: $a = 4 \text{ cm}$, $|AC| = 5 \text{ cm}$, $\beta = 115^\circ$

- Postup konstrukce:**
1. AB; $|AB| = 4 \text{ cm}$
 2. $\angle XBA$; $|\angle XBA| = 115^\circ$
 3. k ; $k(A; r = |AC| = 5 \text{ cm})$
 4. C; $C \in k \cap \text{přímka } BX$
 5. $\leftrightarrow CY$; $\leftrightarrow CY \parallel \leftrightarrow AB$
 6. l ; $l(C; r = a = 4 \text{ cm})$
 7. D; $D \in l \cap \leftrightarrow CY$
 8. rovnoběžník ABCD

Konstrukce:



Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

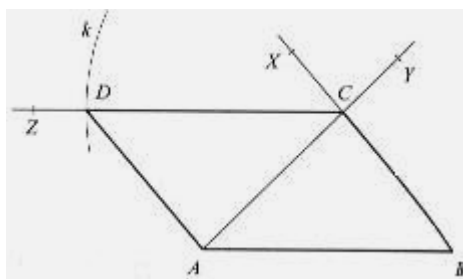
Cvičení 9. Sestroj rovnoběžník ABCD, je-li $a = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$, $|\angle CBA| = 50^\circ$.

Příklad 17: Sestroj lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$), jestliže $a = 3,5 \text{ cm}$, $b = 2,8 \text{ cm}$, $c = 2 \text{ cm}$, $d = 2,5 \text{ cm}$.

- Postup konstrukce:**
1. AB; $|AB| = 3,5 \text{ cm}$
 2. X; $X \in AB$, $|XA| = 1,5 \text{ cm}$

- (bod X leží ve vzdálenosti a-c od bodu A)
3. k ; $k(X; r = b = 2,8 \text{ cm})$
 4. l ; $l(A; r = d = 2,5 \text{ cm})$
 5. D ; $D \in k \cap l$
 6. m ; $m(D; r = c = 2 \text{ cm})$
 6. n ; $n(B; r = b = 2,8 \text{ cm})$
 7. C ; $C \in m \cap n$
 8. lichoběžník ABCD

Konstrukce:



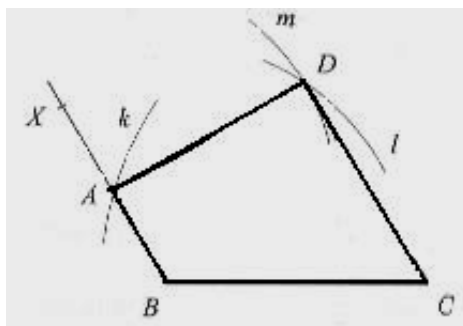
Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Cvičení 10. Sestroj čtverec, jemuž je opsána kružnice s poloměrem $r = 2 \text{ cm}$. Sestrojte kružnici vepsanou tomuto čtverci.

Příklad 18: Sestrojte čtyřúhelník ABCD, víte-li, že: $b = 3,2 \text{ cm}$, $d = 2,7 \text{ cm}$, $\beta = 120^\circ$, $|AC| = 4 \text{ cm}$, $|BD| = 3 \text{ cm}$.

- Postup konstrukce:**
1. BC ; $|BC| = 3,2 \text{ cm}$
 2. $\angle CBX$; $|\angle CBX| = 120^\circ$
 3. k ; $k(C; r = |AC| = 4 \text{ cm})$
 4. A ; $A \in k \cap \text{prostor}$
 5. l ; $l(B; r = |BD| = 3 \text{ cm})$
 6. m ; $m(A; r = d = 2,7 \text{ cm})$
 7. D ; $D \in l \cap m$
 8. čtyřúhelník ABCD

Konstrukce:



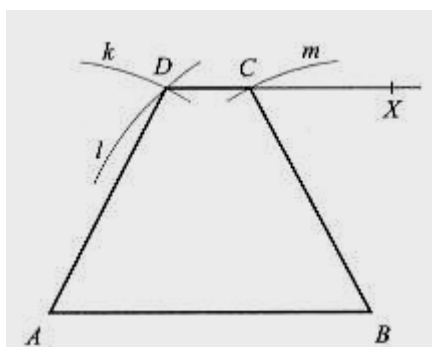
Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Cvičení 11. Sestroj pravoúhlý lichoběžník KLMN ($KL \parallel MN$), je-li $k=3,4$ cm, $|LN|=2,8$ cm, $|\angle MLK|=90^\circ$, $|\angle LKN|=50^\circ$.

Příklad 19: Sestroj rovnoramenný lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$) $a=4$ cm, $d=3,2$ cm, $f=3,8$ cm

- Postup konstrukce:**
1. AB ; $|AB|=4$ cm
 2. k ; $k(A; r=d=3,2$ cm)
 3. l ; $l(B; r=f=3,8$ cm)
 4. D ; $D \in k \cap l$
 5. $\leftrightarrow DX$; $\leftrightarrow DX \parallel \leftrightarrow AB$
 6. m ; $m(B; r=b=d=3,2$ cm)
 7. C ; $C \in m \cap \leftrightarrow DX$
 8. lichoběžník ABCD

Konstrukce:



Úloha má v dané polorovině jedno řešení.

Výsledky cvičení:

- | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|
| 1. jedno řešení | 5. dvě řešení | 9. jedno řešení |
| 2. dvě řešení | 6. dvě řešení | 10. jedno řešení |
| 3. jedno řešení | 7. jedno řešení | 11. dvě řešení |
| 4. jedno řešení | 8. jedno řešení | |

Souhrnná cvičení: Množiny bodů daných vlastností, konstrukční úlohy

1. Vyšetřete množinu středů S všech kružnic, které procházejí dvěma různými body A, B
2. Urči množinu středů kružnic, které mají poloměr $1,5$ cm a dotýkají se dané přímky p
3. Přímka t se dotýká kružnice k v bodě T . Urči množinu středů všech kružnic, které se dotýkají tečny t v bodě T .
4. Urči množinu středů všech kružnic, které mají poloměr 3 cm a procházejí daným bodem P .
5. Narýsuj dvě rovnoběžky vzdálené 4 cm. Najdi množinu všech středů kružnic, které se obou rovnoběžek dotýkají
6. Je dána kružnice $k(S; 3$ cm). Urči množinu středů všech kružnic, které mají poloměr $r=2$ cm a s kružnicí k mají vnitřní dotyk
7. Je dán kruh, jehož hranicí je kružnice $k(S; r)$, a dva jeho navzájem kolmé průměry AB a CD . Co je množinou všech bodů kruhu, které jsou stejně vzdálené od přímek AB a CD ?
8. Je dána přímka p a bod A , který na ní neleží. Po přímce p se pohybuje bod X . Urči množinu středů všech úseček AX
9. Narýsujte přímku p a vyšetři, co je množinou středů všech kružnic, které mají poloměr $r=5$ cm a vytínají na přímce p tětivy dlouhé 8 cm.

10. Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC s hlavním vrcholem C. Co je množinou všech bodů tohoto trojúhelníku, které mají stejnou vzdálenost od obou jeho ramen?
11. Je dána kružnice $k(S; r)$. Urči množinu všech bodů S' , souměrně sdružených s bodem S podle všech tečen kružnice k.
12. Je dána kružnice $k(S; 4 \text{ cm})$. Co je množinou průsečíků všech dvojic navzájem kolmých tečen kružnice k?
13. Vzdálenost rovnoběžek a, b je $v = 5 \text{ cm}$. Urči množinu středů všech kružnic s poloměrem $r=4 \text{ cm}$, které se dotýkají přímky a a protínají přímku b.
14. Rozhodni, co je množinou středu všech kružnic, které se dotýkají kružnic $k_1(S_1; 3 \text{ cm})$ a $k_2(S_2; 3 \text{ cm})$, jestliže se vzdálenost jejich středů rovná 4 cm.
15. Je dána kružnice $k(S; r)$ a na ní bod A. Co je množinou středů všech tětiv této kružnice, jejímž krajním bodem je bod A?
16. Jsou dány dvě soustředné kružnice s poloměry 2 cm a 5 cm. Vyhledej množinu středů všech kružnic, které se dotýkají obou daných kružnic.
17. Je dána kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$. V každém bodě T kružnice lze sestrojit tečnu t a na ní bod X tak, že $TX = 2 \text{ cm}$. Urči množinu všech bodů X.
18. Je dána kružnice k. Urči množinu bodů souměrně sdružených k bodu S podle všech tečen kružnice k.
19. Urči a sestroj množinu bodů, které mají stejnou vzdálenost od dvou různoběžek.
20. Urči a sestroj množinu středů kružnic, které mají poloměr shodný s danou úsečkou a dotýkají se dané přímky p.
21. Urči množinu středů shodných tětiv dané kružnice
22. V trojúhelníku ABC je dána délka strany $AB=5 \text{ cm}$. Sestroj množinu všech možných vrcholů C, je-li ještě dána $v_c=3 \text{ cm}$.
23. Narýsuj trojúhelník KLM ($k=4 \text{ cm}$, $l=5 \text{ cm}$, $m=6 \text{ cm}$). Vyhledej množinu všech bodů X, pro které platí: $KX = KL$
24. Je dán trojúhelník ABC, jehož strana BC je pevná, kdežto strana AB se může volně okolo bodu B otáčet. Strana AC při tomto pohybu mění svou velikost. Urči množinu středů všech úseček AC.
25. Je dána přímka AB; sestroj dvojice různých kružnic, z nichž jedna se dotýká přímky v bodě A, druhá v bodě B a obě mají vzájemný vnější dotyk. Vyšetři množinu bodů dotyku všech takových dvojic kružnic.
26. Je dána kružnice $k=(S;r)$, urči množinu středů všech kružnic, které se dotýkají kružnice k a procházejí bodem S.
27. Sestroj trojúhelník ABC, je-li dáno:
 - a) $b=4 \text{ cm}$, $c=10 \text{ cm}$, $t_c=7 \text{ cm}$
 - b) $a=3 \text{ cm}$, $b=6 \text{ cm}$, $\alpha=30^\circ$
 - c) $b=5 \text{ cm}$, $c=7 \text{ cm}$, $v_a=4 \text{ cm}$
 - d) $\alpha=75^\circ$, $v_a=3 \text{ cm}$, $v_b=2 \text{ cm}$
 - e) $a=6 \text{ cm}$, $v_b=4 \text{ cm}$, $r=5 \text{ cm}$
28. Sestroj pravoúhlý trojúhelník ABC (úhel při vrcholu $C=90^\circ$), jsou-li dány: $a=5,4 \text{ cm}$, $t_a=3,8 \text{ cm}$.
29. Sestroj trojúhelník ABC, je-li dáno:
 - a) $b=5,5 \text{ cm}$, $v_b=5 \text{ cm}$, $t_a=4,5 \text{ cm}$
 - b) $a=5,8 \text{ cm}$, $v_a=2,5 \text{ cm}$, t_a tak, že $t_a: v_a=6:5$
 - c) $a=4 \text{ cm}$, $c=6 \text{ cm}$, $v_c=3 \text{ cm}$
 - d) $c=7,3 \text{ cm}$, $v_a=6,5 \text{ cm}$, $v_b=5,5 \text{ cm}$
 - e) $a=9 \text{ cm}$, $v_b=4,5 \text{ cm}$, $t_a=2,5 \text{ cm}$
 - f) $a=10 \text{ cm}$, $v_a=5,5 \text{ cm}$, $\gamma=60^\circ$
30. Sestroj rovnoramenný trojúhelník ABC, ve kterém se výška v_c na základnu rovná 8 cm a poloměr o kružnice vepsané tomuto trojúhelníku je 2 cm.
31. Sestroj pravoúhlý trojúhelník OPQ, je-li délka odvěsny $p=6 \text{ cm}$ a výška k přeponě
 - a) $v_q=2,5 \text{ cm}$
 - b) $v_q=6,5 \text{ cm}$
32. Sestroj trojúhelník ABC, je-li dáno:

- a) $c=9$ cm, $v_a=7,5$ cm, $t_c=6,5$ cm
 b) $c=8$ cm, $a=5$ cm, $v_c=3,5$ cm
 c) $v_c=6$ cm, $t_c=6,5$ cm, $\alpha=45^\circ$
 d) $c=7$ cm, $v_b=6,5$ cm, $v_c=5$ cm
33. Sestroj obdélník ABCD s průsečíkem úhlopříček S, je-li $|BD|=3,8$ cm, $|\angle ABD|=28^\circ$
34. Sestroj kosočtverec ABCD, je-li $a=2,3$ cm, $v_a=2,2$ cm
35. Sestroj rovnoběžník ABCD, je-li $a=4$ cm, $|\angle BAC|=45^\circ$, $b=5$ cm.
36. Sestroj lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$), jestliže $a=3,8$ cm, $b=2,1$ cm, $\alpha=45^\circ$ a vzdálenost střední příčky od strany AB je 1 cm.
37. Sestrojte čtyřúhelník ABCD, víte-li, že: $a=4,2$ cm, $b=33$ mm, $c=1,4$ cm, $d=2$ cm $|\angle DCB|=140^\circ$
38. Sestroj pravoúhlý lichoběžník KLMN ($KL \parallel MN$), je-li $k=4$ cm, $|MN|=2,4$ cm, $|KN|=1,5$ cm, $|\angle LKN|=90^\circ$
39. Sestroj obdélník ABCD, jestliže jeho úhlopříčky mají délky 4,3 cm. Úhel ASB má 130° . (S je průsečík úhlopříček)
40. Sestroj rovnoběžník, jestliže $a=3,5$ cm, $b=2$ cm, $e=4,8$ cm.
41. Sestroj lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$), je-li
 a) $a=4,5$ cm, $b=2,8$ cm, $c=1$ cm, $|\angle BAC|=35^\circ$
 b) $a=4,5$ cm, $c=2$ cm, $\alpha=50^\circ$, $v=2,5$ cm

Výsledky souhrnných cvičení:

- Osa úsečky AB
- rovnoběžné přímky, ležící v opačných polorovinách s hraniční přímkou p , vzdálenost rovnoběžek a p je 1,5 cm
- přímka procházející středem kružnice a bodem T
- kružnice ($P, r=3$ cm)
- řešením je přímka, pro kterou platí, že je od obou vzdálena 2 cm a leží v pásu mezi rovnoběžkami
- kružnice $h(S, r=1$ cm)
- osy $\square ASC$ a $\square BSC$
- přímka q , $q \perp p$, $v(p, q)=1/2v(A, p)$, q leží v polorovině p, A
- Pěkný příklad, ale nejdřív musíme spočítat vzdálenost tětiny a středu S, $v=3$ cm, středy leží na přímkách, které jsou rovnoběžné s p ve vzdálenosti 3 cm
- osa úhlu ACB
- kružnice $m(S, 2r)$
- Kružnice $k(S; r=4\sqrt{2})$
- přímka p , která je rovnoběžná s a i b a $v(a, p)=4$ cm
- Osa úsečky S_1, S_2
- kružnice se středem $M \in AS$, $v(AM)=v(SM)$, a poloměrem $1/2r$
- kružnice soustředná o poloměru 3,5 cm
- kružnice $k(S; r=\sqrt{13}$ cm)
- $k'=S; 2r$
- osy úhlů, které svírají různoběžky
- rovnoběžné přímky, ležící v opačných polorovinách s hraniční přímkou p , vzdálenost rovnoběžek a p je velikost dané úsečky.
- Vrcholy rovnoramenného trojúhelníka ABX, $AX=BX$ =velikost dané úsečky
- kružnice o poloměru vzdálenosti tětiny a středu kružnice

23. rovnoběžky s přímkou AB ve vzdálenosti rovné velikosti v_c
24. kružnice $k(K; r = |KL| = 6 \text{ cm})$
25. $k=S; AB/2$, S střed strany AB
26. Thaletova kružnice nad AB bez AB
27. kr. $k=(S;r/2)$
28. a) jedno řešení b) dvě řešení c) dvě řešení d) nemá řešení e) jedno řešení
29. jedno řešení
30. a) jedno řešení b) dvě řešení c) dvě řešení d) jedno řešení e) dvě řešení f) jedno řešení
31. a) jedno řešení b) nemá řešení
32. a) jedno řešení b) dvě řešení c) dvě řešení d) dvě řešení
jedno řešení
33. jedno řešení
34. jedno řešení
35. dvě řešení
36. jedno řešení
37. jedno řešení
38. jedno řešení
39. jedno řešení
40. a) dvě řešení b) jedno řešení

3. Lineární rovnice

Příklad

Najdi všechna neznámá čísla x , pro která platí $2x - 1 = 2$.

Zkusíme dosadit do výrazu $2x - 1$ za x například čísla 0; 1; 2 a vypočítáme hodnotu tohoto výrazu:

$$x = 0$$

$$2 \cdot 0 - 1 = -1 \qquad -1 < 2 \qquad \text{číslo nula rovnosti nevyhovuje}$$

$$x = 1$$

$$2 \cdot 1 - 1 = 1 \qquad 1 < 2 \qquad \text{číslo jedna rovnosti nevyhovuje}$$

$$x = 2$$

$$2 \cdot 2 - 1 = 3 \qquad 3 > 2 \qquad \text{číslo dvě rovnosti nevyhovuje}$$

Podle výsledků vidíme, že by vhodné číslo mohlo ležet mezi číslem 1 a číslem 2. Zkusme dosadit za x číslo 1,5:

$$x = 1,5$$

$$2 \cdot 1,5 - 1 = 3 - 1 = 2$$

Jediné neznámé číslo x , pro které platí $2x - 1 = 2$, je číslo 1,5.

Cvičení

1. Urči všechna neznámá čísla y , pro která platí $4y + 1 = 10$.
2. Urči všechna neznámá čísla x , pro která platí:

a) $x + 7 = 15$

b) $2x - 1 = 0$

c) $2 \cdot (x - 1) = 0$

d) $|x| = -3$

e) $x^2 = 9$

f) $\sqrt{x} = 5$

3. Urči všechna neznámá čísla a , pro která platí:

a) $4a = 8$

b) $a - 5 = 19$

c) $|a| = 6$

d) $a^2 = 25$

e) $3a = 9$

f) $a - 7 = 16$

g) $a^2 = 16$

h) $|a| = 5$

Ve cvičeních 1, 2 a 3 jsme řešili rovnice s jednou neznámou.

$2x - 1 = 2$

rovnice s neznámou x

$a^2 - 3 = 3a + 1$

rovnice s neznámou a

Výraz nalevo od znaku „=" se nazývá levá strana rovnice,
výraz napravo od znaku „=" se nazývá pravá strana rovnice.

$$\underbrace{2x - 1}_{\text{levá strana rovnice s neznámou } x} = \underbrace{2}_{\text{pravá strana rovnice}}$$

$$\underbrace{a^2 - 3}_{\text{levá strana rovnice s neznámou } a} = \underbrace{3a + 1}_{\text{pravá strana rovnice}}$$

Označení:

$L(x) = P(x)$

$L(a) = P(a)$

ŘEŠIT ROVNICI

znamená určit všechna taková čísla, pro která se hodnota levé strany této rovnice rovná hodnotě její pravé strany.

Každé takové číslo se nazývá kořen rovnice nebo řešení rovnice.

Rovnice $2x - 1 = 2$

má jediný kořen (jediné řešení) číslo 1,5.

Rovnice $|a| = 6$

má dva kořeny (dvě řešení) čísla -6 a 6.

O správnosti řešení se přesvědčíme zkouškou.

Příklad

Rozhodni, která z čísel -1 a 0 jsou kořeny rovnice $b^2 - 3 = 3b + 1$ s neznámou b .

Nejprve dosadíme do levé i pravé strany rovnice číslo -1:

$L(b) = b^2 - 3$

$L(-1) = (-1)^2 - 3 = -2$

$P(b) = 3b + 1$

$P(b) = 3 \cdot (-1) + 1 = -2$

$$\left. \begin{array}{l} L(-1) = -2 \\ P(-1) = -2 \end{array} \right\} L(-1) = P(-1)$$

Číslo -1 je kořenem dané rovnice.

Nyní provedeme to samé pro číslo 0 :

$$L(0) = 0^2 - 3 = -3$$

$$P(0) = 3 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$L(0) \neq P(0)$$

Číslo 0 není kořenem dané rovnice.

Cvičení

4. Zjisti, která z čísel $-3, 0, 2, 3, 4$ jsou kořeny rovnice $x^2 - 3 = 3x + 1$.
 5. Přesvědč se zkouškou dosazením, že čísla $-1, 1$ a 2 jsou kořeny rovnice $a - 2 = a^3 - 2a^2$.
 6. Zjisti, která z čísel $1,5; 2; 2,5; 3$ jsou kořeny rovnice
- a) $6m - 7 = 2$ b) $3y - 7 = 1 - y$ c) $3k - 9 = 3 - k$ d) $6a - 11 = 4$
7. Řeš rovnici a proved' zkoušku:
- a) $x^2 = 81$ b) $3 \cdot |x| = 18$ c) $x^5 = 0$

Ekvivalentní úpravy rovnic

Příklad

Myslím si číslo: pětinasobek neznámého čísla y zmenšený o 4 je 11 . Řekni, kolik je y .

$$5y - 4 = 11$$

$$5y = 11 + 4$$

$$5y = 15$$

$$y = 15 : 5$$

$$\underline{y = 3}$$

Podívejme se podrobněji na postup uvažování:

$5y - 4$	$=$	11
↓ $+ 4$		↓ $+ 4$
$5y$	$=$	15
↓ $: 5$		↓ $: 5$
y	$=$	3

Jestliže

- přičteme k oběma stranám rovnice stejné číslo,
 - odečteme od obou stran rovnice stejné číslo,
 - přičteme k oběma stranám rovnice stejný mnohočlen,
 - odečteme od obou stran rovnice stejný mnohočlen,
- mají rovnice před úpravou i rovnice upravená stejně kořeny.

Příklad

Řeš rovnici $4x - 3 = 3x + 2$:

$$\begin{aligned}4x - 3 &= 3x + 2 && / -3x \\4x - 3 - 3x &= 3x + 2 - 3x \\x - 3 &= 2 && / +3 \\x - 3 + 3 &= 2 + 3 \\x &= 5\end{aligned}$$

od obou stran rovnice odečteme $3x$

k oběma stranám rovnice přičteme 3

Zkouška:

$$L(5) = 4 \cdot 5 - 3 = 20 - 3 = 17$$

$$P(5) = 3 \cdot 5 + 2 = 15 + 2 = 17$$

$$L(5) = P(5)$$

Rovnice má *jediné řešení*, číslo 5 .

Cvičení

8. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

a) $x - 5 = 12$

b) $8 + x = -4$

c) $x + 6 = 14,5$

d) $x + 4 = 9$

e) $x - 4 = 9$

f) $x - 3 = 10$

g) $x + 3 = 10$

h) $-13 + x = 1,5$

i) $-11 + x = 2,5$

j) $2x - 7 = x + 2$

k) $5x + 8 = 1 + 4x$

m) $8,6 - x = 3 - 2x$

n) $2x + 5 = 3 + x$

o) $3x + 1 = 5 + 2x$

p) $0,8 - x = 2,3 - 2x$

q) $3x - 1 = 2x + 4$

r) $0,7 - x = -2x + 1,5$

s) $4x + 7 = 2 + 3x$

Příklad

Řešme rovnici $2 + 3x = 5x$:

$$\begin{aligned}2 + 3x &= 5x && / -3x \\2 &= 2x && / :2 \\1 &= x \\x &= 1\end{aligned}$$

Zkouška

$$L(1) = 2 + 3 \cdot 1 = 5$$

$$P(1) = 5 \cdot 1 = 5$$

$$L(1) = P(1)$$

Jestliže

- vynásobíme obě strany rovnice stejným číslem různým od nuly,
 - vydělíme obě strany rovnice stejným číslem různým od nuly,
- mají rovnice před úpravou i rovnice upravená stejně kořeny.

Jestliže zaměníme levou a pravou stranu rovnice, mají rovnice před úpravou i rovnice upravená stejně kořeny.

Všechny úpravy, které jsme zde uvedli, jsou ekvivalentní úpravy.

EKVIVALENTNÍ ÚPRAVA ROVNICE

je taková úprava, při které rovnice před úpravou i rovnice po úpravě mají stejné kořeny. Žádný kořen takovou úpravou nepřibude, ani neubude.

Cvičení

9. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- | | | | |
|--------------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------|
| a) $3y = 9$ | b) $2y = 7$ | c) $-9y = 36$ | d) $5y = 20$ |
| e) $0,5y = 8$ | f) $0,3y = -6$ | g) $x + 8 = 15$ | h) $3x + 4 = 22$ |
| i) $-2x + 5 = 3$ | j) $-0,25x + 4 = 1,5$ | k) $0,3 - 0,7x = 0,4$ | l) $9y = -15$ |
| m) $6y = -9$ | n) $2y + 5 = 9$ | o) $3y - 4 = 5$ | p) $4 - 0,3y = 7$ |
| q) $7 - 0,2y = 9$ | r) $4x - 7 = 3x + 2$ | s) $4x - 7 = 2x + 1$ | t) $5x + 2 = x - 2$ |
| u) $0,5x - 1 = 0,3x + 1$ | v) $3 - 2x = 1 - 3x$ | w) $2,4 - x = 3,6 - 4x$ | |

10. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- | | | |
|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| a) $x - 2 = 2x + 3$ | b) $2x - 1 = 5x + 8$ | c) $3 - 2x = 7x - 6$ |
| d) $8 + 2z = z - 2$ | e) $2z + 9 = z - 3$ | f) $1,4 - 3z = -5z + 1,6$ |
| g) $-4z + 2,5 = 2,9 - 6z$ | h) $z - 15 = 5z + 1$ | i) $z - 10 = 4z - 1$ |

Příklad

Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- a) $2y - 3 = 5y + 9$ b) $7u + 2 - 2u - 7 = -4u - 1 + u$ c) $3(2 - a) - 4 = 1 - 2(a - 2)$

d) $\frac{8}{3}t = \frac{5}{2}t - 4$

a) $2y - 3 = 5y + 9$ $/+3$
 $2y - 3 + 3 = 5y + 9 + 3$
 $2y = 5y + 12$ $/-5y$
 $2y - 5y = 5y + 12 - 5y$
 $-3y = 12$ $/: (-3)$
 $y = -4$

Zkouška

$L(-4) = 2 \cdot (-4) - 3 = -8 - 3 = -11$
 $P(-4) = 5 \cdot (-4) + 9 = -20 + 9 = -11$
 $L(-4) = P(-4)$

- b) $7u + 2 - 2u - 7 = -4u - 1 + u$ Nejprve zjednodušíme obě strany rovnice:

$5u - 5 = -3u - 1$ $/+5$
 $5u - 5 + 5 = -3u - 1 + 5$
 $5u = -3u + 4$ $/+3u$
 $5u + 3u = -3u + 4 + 3u$
 $8u = 4$ $/: 8$
 $u = 0,5$

Zkouška

$L(0,5) = 7 \cdot 0,5 + 2 - 2 \cdot 0,5 - 7 = -2,5$
 $P(0,5) = -4 \cdot 0,5 - 1 + 0,5 = -2,5$
 $L(0,5) = P(0,5)$

- c) $3(2 - a) - 4 = 1 - 2(a - 2)$

$6 - 3a - 4 = 1 - 2a + 4$
 $-3a + 2 = -2a + 5$ $/-2$
 $-3a + 2 - 2 = -2a + 5 - 2$
 $-3a = -2a + 3$ $/+2a$
 $-3a + 2a = -2a + 3 + 2a$
 $a = -3$

Zkouška

$L(-3) = 3(2 + 3) - 4 = 15 - 4 = 11$
 $P(-3) = 1 - 2(-3 - 2) = 1 + 10 = 11$
 $L(-3) = P(-3)$

d) $\frac{8}{3}t = \frac{5}{2}t - 4 \quad / \cdot 6$ *Obě strany rovnice vynásobíme společným násobkem čísel 2 a 3:*

$$6 \cdot \frac{8}{3}t = 6 \cdot \frac{5}{2}t - 6 \cdot 4$$

Zkouška

$$16t = 15t - 24 \quad / -15t$$

$$L(-24) = \frac{8}{3} \cdot (-24) = -64$$

$$16t - 15t = 15t - 24$$

$$P(-24) = \frac{5}{2} \cdot (-24) - 4 = 5 \cdot (-12) - 4 = -64$$

$$\underline{t = -24}$$

$$L(-24) = P(-24)$$

Cvičení

11. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

a) $4u - 1 = 15$

b) $15u + 7 = 52$

c) $3u - 7 = 7u - 3$

d) $11 - 4u = 7 + 4u$

e) $0,5u + 4 = -5 + 2u$

f) $1,2u - 19 = -4 - 1,8u$

g) $8t + 11 - 3t = 6$

h) $10t + 11 = 5t + 9 - 3t$

i) $18 + 12t - 10 = 27t + 7 - 13t$

j) $0,1t - 1 = 0,2t - 2 - 0,3t + 3$

k) $3y - 4y + 5y - 6y = 4$

l) $2y - 4y + 6y - 8y = 8$

m) $1,5y + 1 - 0,6y + 3 = 4 + 0,8y$

n) $0,9y - 6 = -4 + 1,4y - 2 - 0,6y$

o) $2(x + 1) = 6$

p) $5(3 - x) - 12,5 = 0$

r) $3x - (x - 1) = 3$

s) $2(x - 5) = x + 10$

t) $2(x - 1) = 3(x - 1)$

u) $3(4x - 2) = -2(5 - 2x)$

v) $0,5(2 - 3x) = 0,3(5 - 4x) + 4$

w) $5 - 3(2 + x) = 5(1 - x) + 6$

x) $2(y - 3) = -8$

y) $7(1 - y) = -7$

z) $3(2y - 3) = 5 - 2(1 - y)$

ž) $5(2y - 4) = 10 - 2(y - 3)$

12. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

a) $\frac{1}{8}m = -2$

b) $\frac{3m}{7} = 2$

c) $\frac{5m}{4} = 10$

d) $-\frac{m}{2} = \frac{1}{4}$

e) $\frac{11m}{3} = 0$

f) $\frac{m}{4} + 3 = 1$

g) $\frac{x}{2} = \frac{3}{2}x + 2$

h) $\frac{3x}{4} - 1 = \frac{7x}{4}$

i) $\frac{x}{6} = 5 - \frac{x}{4}$

j) $\frac{3x}{5} - \frac{1}{15} = \frac{2x}{3}$

k) $\frac{1}{3}(t - 1) - 1 = \frac{1}{2}(t + 1)$

l) $\frac{1}{7}(t - 10) + 1 = \frac{1}{5}(t - 2)$

m) $\frac{n}{2} - 5 = n$

n) $n + 2 = \frac{n}{3}$

o) $\frac{1}{4}(n + 3) = \frac{1}{3}(n - 4)$

p) $\frac{1}{2}(n - 5) = \frac{1}{5}(n - 2)$

Výsledky cvičení

1. 2,25 2. a) 8; b) 0,5; c) 1; d) žádné takové číslo neexistuje; e) $3a - 3$; f) 25 3. a) 2; b) 24; c) $-6a + 6$; d) $5a - 5$; e) 3; f) 23; g) $4a - 4$; h) $5a - 5$ 4. 4 5. všechna uvedená čísla jsou

kořeny rovnice 6. a) 1,5; b) 2; c) 3; d) 2,5 7. a) 9 a - 9; b) 6 a - 6; c) 0 8. a) 17; b) - 12; c) 8,5; d) 5; e) 13; f) 13; g) 7; h) 14,5; i) 13,5; j) 1,5; k) -7; m) -5,6; n) - 2; o) 4; p) 1,5; q) 5; r) 0,8; s) - 5 9. a) 3; b) 3,5; c) - 4; d) 4; e) 16; f) -20; g) 7; h) 6; i) 1; j) 10; k) - $\frac{1}{7}$; l) - $\frac{5}{3}$; m) - 1,5; n) 2; o) 3; p) - 10; q) - 10; r) 9; s) 4; t) - 1; u) 10; v) - 2; w) 0,4 10. a) - 5; b) - 3; c) 1; d) - 10; e) - 12; f) 0,1; g) 0,2; h) - 4; i) - 3 11. a) 4; b) 3; c) - 1; d) 0,5; e) 6; f) 5; g) - 1; h) - 0,25; i) 0,5; j) 10; k) - 2; l) - 2; m) 0; n) 0; o) 2; p) 0,5; r) 2; s) 20; t) 1; u) - 0,5; v) - 15; w) 6; x) - 1; y) 2; z) 3; ž) 3 12. a) -16; b) $\frac{14}{3}$; c) 8; d) - 0,5; e) 0; f) - 8; g) - 2; h) -1; i) 12; j) - 1; k) - 11; l) - 0,5; m) - 10; n) -3; o) 25; p) 7

Slovní úlohy

ŘEŠENÍ SLOVNÍ ÚLOHY POMOCÍ ROVNICE S JEDNOU NEZNÁMOU

- Pozorně si přečti text úlohy.
- Mezi neznámými údaji zvol jeden jako *neznámou*, kterou budeš počítat.
- Pomocí zvolené neznámé a zadaných podmínek vyjádři všechny údaje z textu.
- Sestav rovnici a vyřeš ji.
- Proveď zkoušku, kterou ověříš, že získané výsledky vyhovují všem podmínkám úlohy.
- Napiš odpovědi na otázky ze zadané úlohy.

Příklad

Ve výtvarné soutěži byla celková částka 4 000 Kč rozdělena mezi první tři soutěžící takto: vítěz dostane nejvyšší částku, soutěžící na druhém místě částku o 800 Kč nižší než vítěz a soutěžící na třetím místě částku o 400 Kč nižší než soutěžící na druhém místě.

Kolik korun každý z nich dostane?

Za neznámou zvolíme částku, kterou dostane vítěz. Označíme ji např. x Kč.

Vítěz x Kč

2. místo x - 800 Kč

3. místo (x - 800) - 400 Kč

celkem 4 000 Kč

$$x + (x - 800) + [(x - 800) - 400] = 4\,000$$

$$3x - 2\,000 = 4\,000$$

$$/+ 2\,000$$

$$3x = 6\,000$$

$$/: 3$$

$$\underline{x = 2\,000}$$

Zkouška

Vítěz 2 000 Kč

2. místo 1 200 Kč

3. místo 800 Kč

Celkem 4 000 Kč

Vítěz by měl dostat 2 000 Kč, soutěžící na druhém místě 1 200 Kč a soutěžící na třetím místě 800 Kč.

**PŘI ZKOUŠCE MUSÍME VÝSLEDEK DOSADIT DO TEXTU SLOVNÍ ÚLOHY,
DOSADIT DO SESTAVENÉ ROVNICE NESTAČÍ!!!!!!!**

Příklad

Za osm let bude bratrovi dvakrát tolik let, než mu bylo před dvanácti lety. Kolik je mu letos?

Zkouška

Věk bratra nyní x let

32 let

Věk bratra za 8 let $x + 8$, tj. $2(x - 12)$ let

$32 + 8 = 40$ let

Věk bratra před 12 lety $x - 12$ let

$32 - 12 = 20$ let

$$x + 8 = 2(x - 12)$$

$$2 \cdot 20 = 40 \text{ let}$$

$$x + 8 = 2x - 24 \quad / -8$$

$$x = 2x - 32 \quad / -2x \quad -x = -32 \quad / \cdot (-1)$$

$$\underline{x = 32}$$

Bratrovi je letos 32 let.

Cvičení

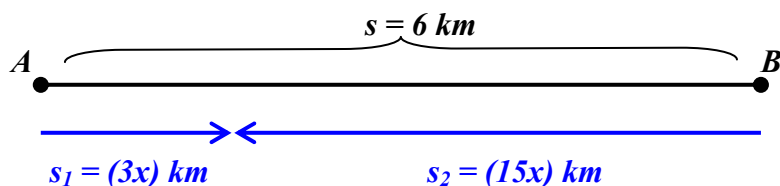
- Urči neznámé číslo, pro které platí:
 - Přičteme-li k němu 8, dostaneme 14.
 - Odečteme-li od jeho trojnásobku 7, dostaneme 5.
 - Jeho čtyřnásobek zvětšený o 5 je roven trojnásobku zmenšenému o 4.
 - Součet jeho třetiny a jeho čtyř dvanáctin je $-\frac{1}{6}$.
- Babička s dědečkem oslavují stojednadvacetiny. Tolik je oběma dohromady. Kolik let je babičce a kolik dědečkovi, víme-li, že dědeček je o sedm let starší než babička?
- V rovnoběžníku ABCD je strana AB čtyřikrát delší než strana BC, obvod rovnoběžníku je 30 cm. Urči délky stran rovnoběžníku.
- Součet délek všech hran kváдру je 8 metrů. Přitom šířka kváдру je třikrát kratší než délka a výška je šestkrát delší než šířka. Urči rozměry kváдру.

Slovní úlohy na pohyb

Příklad

Monika a Alice bydlí ve vesnicích vzdálených od sebe 6 km. Dívky si telefonicky dohodnou schůzku, s tím, že se sejdou po cestě. Monika jde pěšky průměrnou rychlostí 3 km/h, Alice jede na kole průměrnou rychlostí 15 km/h. Vypočítej, za jak dlouho se setkají a jakou dlouhou trasu ujede Alice na kole?

Připomeňme si, jak vypočítáme dráhu s rovnoměrného pohybu: $s = v \cdot t$, v – rychlost, t – čas



čas označíme x , tedy $t = x \text{ h}$

čas, za který se dívky setkají $x \text{ h}$

rychlost Moniky (v_1) 3 km/h

dráha s_1 , kterou Monika ujede za x hodin	$(3x)$ km	
rychlost Alice (v_2)	15 km/h	
dráha s_2 , kterou Alice ujede za x hodin	$(15x)$ km	
dráha s celkem = $s_1 + s_2$	$(3x + 15x)$ km	} tyto dva údaje se sobě rovnají
dráha s celkem	6 km	

platí $s = s_1 + s_2$, proto: $3x + 15x = 6$
 $18x = 6 \quad / :18$
 $x = \frac{1}{3} \text{ h} = 20 \text{ min}$

Zkouška

Monika ujede dráhu s_1 $3 \cdot \frac{1}{3} = 1 \text{ km}$

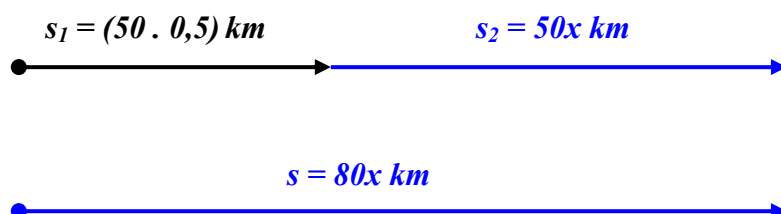
Alice ujede dráhu s_2 $15 \cdot \frac{1}{3} = 5 \text{ km}$

$s_1 + s_2 = 1 + 5 = 6 \text{ km}$

Dívky se setkají za 20 minut a Alice ujede dráhu 5 km.

Příklad

Z města A vyjel v sedm hodin ráno nákladní automobil průměrnou rychlostí 50 km/h. O půl hodiny později za ním vyjelo osobní auto průměrnou rychlostí 80 km/h. V kolik hodin a jak daleko od místa A dostihne osobní automobil nákladní automobil?



Jako neznámou si opět označíme čas, tentokrát čas $t_2 = x$ (tj. doba, po kterou jela obě auta současně). Z obrázku vidíme, že nákladní auto již za čas $t_1 = 0,5 \text{ h}$ ujelo dráhu s_1 . Opět platí, že celková dráha s (dráha, kterou ujelo osobní auto) je rovna součtu drah s_1 a s_2 (tj. drah, které ujelo nákladní auto).

Čas t_1 (od 7h do 7,30 h)	30 min = 0,5 h	
Čas t_2 (doba, po kterou jela obě auta současně)	x h	
Rychlost nákladního auta v_1	50 km/h	
Dráha s_1 nákladního auta za dobu t_1	$50 \cdot 0,5 = 25 \text{ km}$	
Dráha s_2 nákladního auta za dobu t_2	$(50x)$ km	
Rychlost osobního auta v_2	80 km/h	
Dráha s , kterou ujelo osobní auto za dobu t_2	$(80x)$ km	} tyto dvě hodnoty se sobě rovnají
Dráha $s = s_1 + s_2$	$(25 + 50x)$ km	

Platí tedy $s = s_1 + s_2$, proto: $80x = 25 + 50x \quad / - 50x$
 $30x = 25 \quad / : 30$

$$\underline{x = \frac{5}{6} h = 50 \text{ min}}$$

Zkouška

Dráha s_1 25 km

Dráha s $80 \cdot \frac{5}{6} = 66,7 \text{ km}$

Dráha s_2 $50 \cdot \frac{5}{6} = 41,7 \text{ km}$

Platí $s = s_1 + s_2$.

Celkem nákladní auto ujelo asi 66,7 km.

Osobní auto dostihne nákladní auto v osm hodin dvacet minut.

Cvičení

5. Cesta od Lukáše k Věře je dlouhá 8 kilometrů. Lukáš si s Věrkou dojednal schůzku a vyrazil za ní rychlostí 6 km/h. Věrka v témž okamžiku vyšla Lukášovi naproti rychlostí 4 km/h. Za jak dlouho se setkají? Kolik kilometrů ujede Věrka k místu setkání?
6. Cesta od Lukáše k Věře je dlouhá 8 kilometrů. Lukáš si s Věrkou dojednal schůzku a vyrazil za ní rychlostí 6 km/h. Věrka se šla ještě trochu upravit a naproti vyšla Lukášovi o 20 minut později rychlostí 4 km/h. Za jak dlouho se setkají? Kolik kilometrů ujede Lukáš k místu setkání?
7. Chlapci jedou dnes na výlet na kolech. První skupina vyrazila napřed průměrnou rychlostí 15 km/h, druhá skupina vyrazila s 30 minutovým zpožděním průměrnou rychlostí 25 km/h. Za jak dlouho druhá skupina dostihne první skupinu?

Slovní úlohy o společné práci

Příklad

První čerpadlo vyčerpá vodu z nádrže za 3 hodiny, druhé čerpadlo za 7 hodin. Za jak dlouho se vyčerpá voda z nádrže, když budou obě čerpadla pracovat společně?

Neznámou je počet hodin, za který se vyprázdní nádrž oběma čerpadly x h

1. čerpadlo

za 3 hodiny 1 nádrž

za 1 hodinu $\frac{1}{3}$ nádrže

za x hodin $\frac{x}{3}$ nádrže

2. čerpadlo

za 7 hodin 1 nádrž

za 1 hodinu $\frac{1}{7}$ nádrže

za x hodin $\frac{x}{7}$ nádrže

obě čerpadla

za x hodin $\left(\frac{x}{3} + \frac{x}{7}\right)$ nádrže	}	tyto dvě hodnoty se sobě rovnají
za x hodin 1 nádrž		

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} + \frac{x}{7} &= 1 & / \cdot 21 \\ 7x + 3x &= 21 \\ 10x &= 21 & / : 10 \\ \underline{x = 2,1 \text{ h} = 2 \text{ h } 6 \text{ min}} \end{aligned}$$

Zkouška

1. čerpadlo: za 2,1 h vyčerpá $2,1 : 3 = 0,7$ nádrže
2. čerpadlo: za 2,1 h vyčerpá $2,1 : 7 = 0,3$ nádrže
- obě čerpadla $0,7 + 0,3 = 1$ nádrž

Nádrž se vyčerpá oběma čerpadly za 2 hodiny a 6 minut.

Cvičení

8. Z nádrže se vyčerpá voda jedním čerpadlem za 12 hodin, druhým čerpadlem za 4 hodiny. Za jak dlouho se vyčerpá voda z nádrže, budou-li obě čerpadla pracovat společně?
9. Bazén se naplní prvním přívodem vody za 2 hodiny, druhým přívodem za 3 hodiny a třetím přívodem za 4 hodiny. Za jak dlouho se naplní, když jsou otevřeny všechny tři přívody?
10. Jeden kombajn poseká obilí na poli za 15 hodin, druhý kombajn poseká totéž pole za 10 hodin. Za kolik hodin by bylo obilí z tohoto pole sklizeno, jestliže by pracovaly oba kombajny společně?
11. Jeden zedník nahodí dům za 12 dní, druhý zedník nahodí tentýž dům za 20 dní. Za jak dlouho nahodí tentýž dům oba zedníci, jestliže budou pracovat společně?

Slovní úlohy o směsích

Příklad

Ze dvou druhů čaje byla vytvořena směs s hmotností 10 kg. Cena 1 kg čaje A byla 320 Kč, čaje B 340 Kč. Z kolika kilogramů čaje A a z kolika kilogramů čaje B byla vytvořena čajová směs, jejíž 1 kilogram stál 332 Kč?

Počet kilogramů čaje A označíme x .

Hmotnost čaje A	x kg
Cena čaje A	320 Kč
Cena x kilogramů čaje A	$320x$ Kč
Hmotnost čaje B	$(10 - x)$ kg
Cena čaje B	340 Kč
Cena $(10 - x)$ kilogramů čaje B	$340(10 - x)$ Kč
Hmotnost směsi A,B	10 kg
Cena 1 kg směsi	332 Kč
Celková cena směsi	$10 \cdot 332 = 3\,320$ Kč

$$\begin{aligned} 320x + 340(10 - x) &= 3\,320 \\ 320x + 3\,400 - 340x &= 3\,320 & / - 3\,400 \\ -20x &= -80 & / : (-20) \end{aligned}$$

$$\underline{x = 4 \text{ kg}}$$

$$10 \text{ kg} - 4 \text{ kg} = 6 \text{ kg}$$

Zkouška

Cena čaje A 4 . 320 = 1 280 Kč

Cena čaje B 6 . 340 = 2 040 Kč

Celkem 3 320 Kč

Čajová směs byla vytvořena ze 4 kg čaje A a 6 kg čaje B.

Cvičení

12. Cena 1 kg balených čokoládových bonbonů byla 280 Kč, 1 kg nebalených čokoládových bonbonů byla 260 Kč. Cukrář připravil z obou druhů bonbonů směs s celkovou hmotností 8 kg. Tuto směs prodával v sáčcích po 100 g za 26,50 Kč. Z kolika kilogramů balených a z kolika kilogramů nebalených čokoládových bonbonů připravil cukrář směs?
13. Kolika procentní líh obdržíme smícháním 10 litrů 50procentního lihu s 30 litry 60procentního lihu a s 20 litry 40procentního lihu?

Výpočet neznámé ze vzorce

Příklad

Obvod obdélníku je 36 cm, jedna jeho strana má délku 8 cm. Vypočítej délku jeho druhé strany.

$$o = 36 \text{ cm}$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$\underline{b = ? \text{ cm}}$$

$$o = 2(a + b)$$

$$a + b = o : 2$$

$$b = (o : 2) - a$$

$$\text{Nyní dosadíme do rovnosti} \quad b = (o : 2) - a$$

$$b = 36 : 2 - 8$$

$$b = 18 - 8$$

$$\underline{b = 10 \text{ cm}}$$

Délka druhé strany obdélníku je 10 cm.

Příklad

Obsah lichoběžníku EFGH je 64 cm². Délky jeho základů jsou 6 cm a 4 cm. Vypočítej výšku tohoto lichoběžníku.

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$S = 64 \text{ cm}^2$$

$$\underline{v = ? \text{ cm}}$$

$$S = \frac{(a + c) \cdot v}{2} \quad / : 2$$

$$2S = (a + c) \cdot v \quad / : (a + c)$$

$$v = \frac{2S}{a + c}$$

Dosadíme do vzorce:

$$v = \frac{2 \cdot 64}{6 + 4}$$

$$v = 128 : 10$$

$$\underline{v = 12,8 \text{ cm}}$$

Výška lichoběžníku EFGH je 12,8 cm.

Cvičení

14. Vypočítej délku strany čtverce, jehož obvod je:
a) 7 cm, b) 300 dm, c) 22 mm, d) 8 m, e) 0,3 dm.
15. Obsah trojúhelníku ABC je $12,5 \text{ cm}^2$, délka strany c je 10 cm. Vypočítej výšku tohoto trojúhelníku ke straně c.
16. Povrch kvádru je 104 dm^2 , délky jeho dvou hran jsou $b = 5 \text{ dm}$ a $c = 2 \text{ dm}$. Vypočítej délku hrany a.
17. Lichoběžník má délku jedné základny 4 cm, výšku 3 cm a obsah 15 cm^2 . Vypočítej délku jeho druhé základny.
18. Za jak dlouho ujede auto na dálnici úsek dlouhý 44 km, pohybuje-li se stálou rychlostí 50 km/h?

Výsledky cvičení

1. a) 6; b) 4; c) – 9; d) – 0,25; 2. 57 a 64 3. $|AB| = 12 \text{ cm}$, $|BC| = 3 \text{ cm}$ 4. $a = 2,4 \text{ cm}$, $b = 0,8 \text{ cm}$, $c = 4,8 \text{ cm}$ 5. za 48 min; 3,2 km 6. za 56 min; 5,6 km 7. 45 min 8. 3 h
9. asi 55 min 10. 6 h 11. 7,5 dní 12. 2 kg balených a 6 kg nebalených bonbonů 13. $51\frac{2}{3} \%$
14. a) 1,75 cm; b) 75 dm; c) 5,5 mm; d) 2 m; e) 0,075 dm 15. 2,5 cm 16. asi 28,3 dm
17. 6 cm 18. 52,8 min

Souhrnná cvičení

1. Přesvědči se, že rovnost
a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ platí pro $a=5$, $b=3$.
b) $a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$ platí pro $a=7$, $b=1$.
c) $(a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ platí pro $a=4$, $b=2$
d) $(a-b) \cdot (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$ platí pro $a=7$, $b=4$
2. Zjisti, zda rovnost
a) $27+14=19+23$ je správná.
b) $105-48=93-36$ je správná.
c) $7 \cdot (12+15)=9 \cdot (6+15)$ je správná.
3. Na místo hvězdičky vepiš číslici tak, aby platila nerovnost
a) $3,008 < 3,*84$.
b) $68,09 < 68,*7$
c) $3,008 < 3,*84$
d) $4,007 < 4,*27$
e) $165,*3 > 165,43$
f) $53,09 > 53,*7$
g) $0,*21.8 < 0,231.7$
4. Zapiš, že číslo
a) y se rovná třem osminám čísla a.
b) y se rovná polovině čísla x zmenšenému o 2
c) y se rovná čtvrtině čísla b zvětšenému o 1

- d) y se rovná dvojnásobku čísla t zvětšenému o 5
- e) x je o 3 menší než číslo y
- f) x je trojnásobkem čísla y
- g) x je o 1 menší než druhá mocnina čísla y

5. Pomocí znaků $=$, $>$, $<$ porovnej hodnoty výrazů $(5x+7)$ a (x^2+7) pro $x \in \{3, 0, -2\}$.

6. Porovnej pomocí znaků nerovnosti:

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| a) 50 cm; 5 dm ; | e) 5 min; jedna patnáctina hodiny; |
| b) 130 kg; 0,013 t; | f) 50000 g; 0,5 kg; |
| c) 1 ha; 100000 m ² ; | g) 3 dl; tři desetiny litru; |
| d) 2,7 hl; 0,27 m ³ ; | h) 10 ml; 1 cl ; |

7. Tři hrnce mají stejnou hmotnost jako dvě konvice. Tři hrnečky mají stejnou hmotnost jako konvice. Co má větší hmotnost:

- a) tři hrnce, nebo šest hrnečků?
- b) dvě konvice, nebo sedm hrnečků?

8. Zjisti, pro která čísla z $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ si jsou výrazy x^2-4 a $2x-1$ rovny.

9. Zapiš jako rovnost dvou výrazů úlohu: Vítek je o pět let starší než Jirka. Před čtyřmi roky byl Vítek dvakrát starší než Jirka.

10. Zapiš jako rovnost dvou výrazů úlohu... odečteme li od daného čísla k tři a tento rozdíl vynásobíme šesti, dostaneme trojnásobek čísla k zvětšený o devět

11. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- | | | |
|-------------------|----------------------|---------------------|
| a) $x+2=7$ | i) $1,5 \cdot y=3$ | q) $y-27=49$ |
| b) $7 \cdot x=49$ | j) $y:0,5=2$ | r) $-9 \cdot y=-63$ |
| c) $5-x=3$ | k) $1:y=0,5$ | s) $x-(-8)=-3$ |
| d) $x:2=4$ | l) $y \cdot 1,3=2,6$ | t) $-12,3+y=0$ |
| e) $9:x=3$ | m) $6 \cdot y=-42$ | u) $y-(-1)=0,312$ |
| f) $x-7=20$ | n) $8-y=15$ | v) $k-(-5)=0$ |
| g) $y+2,2=4,2$ | o) $y:5=-12$ | w) $5x-4=-24$ |
| h) $y-0,5=3,5$ | p) $y+15=36$ | x) $8a+3=-29$ |

12. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) $4x-2=3x+5$ | f) $8n=11n+6$ |
| b) $8x-3=5x+6$ | g) $3z=5z-1$ |
| c) $4u+5=7u$ | h) $0,1+0,01x=-1$ |
| d) $2a-19=7a+31$ | i) $4x-2=3x+10$ |
| e) $10y-4=y+4$ | j) $15y+12=6y-15$ |

13. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| a) $2y+8+y-2=2y-3$ | e) $y+0,54=0,23$ |
| b) $4x-11x+7=4$ | f) $510-y=95,74$ |
| c) $y+4,7=5,642$ | g) $4,7y+6,3=22,28$ |
| d) $16,4y=59,4$ | h) $-2y-16,25=-0,25$ |

14. Pro kterou hodnotu y je:

- a) výraz $4y+12$ roven nule?
- b) výraz $10-2y$ roven -26 ?

- c) výraz $3y-8$ roven $y+6$?
- d) $5y+9$ roven $21-3y$?

15. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- a) $8x-5-2x+1=5x-1$
- b) $6+8r-2=6+5r-5$
- c) $25+9k-30=6k-20$

- d) $14b+11-3b=7b-5$
- e) $x-7+8x=8x-3-4x$
- f) $3a-20+6a-2=8a-10+2a$

16. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- a) $8t-24+12t-6=32t-16-12t-14$
- b) $7m+35+12m-21=43m+18-24m$
- c) $1,3y+3-2,6y=5,1-0,3y-1,1$
- g)

- d) $1,2x+13-0,9x+0,5=16,7-0,1x$
- e) $0,1z+0,7-0,6z=0,9z-0,3-0,4$
- f) $6,2-9,3d+5,8d=3-2d-1,3$

17. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- a) $7(x+6)=49$
- b) $15(x-10)=225$
- c) $3(x-8)=69$
- d) $27(19-y)=324$
- e) $5(x+2)+9=54$

- f) $13(y-0,1)=6(2y+0,1)$
- g) $5-3(x+1,5)=4x-4$
- h) $8(5-3x)=-160$
- i) $3,2(0,8+x)-11=x-0,96$
- j) $-0,9(4x-2)=4+0,5(4-3x)$

18. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- a) $2(r-1)+4(r-3)=2(r+5)+3(r-2)$
- b) $7x-(x+3)=3(2x+1)$
- c) $4(x-1)-x=3(1+x)-7$
- d) $5(a-3)-3(a-2)=2(a-12)-1$
- e) $8(m-3)+6(2m-1)=8(4m-2)-2(6m+7)$
- f) $2(z-1)-5=3(3+z)+z$
- g) $6x-5(2x-7)-4(7x+4)=23(2-x)$
- h) $0,821v-0,243v+0,667v=1,51v+3,0104$
- i) $4,75(13,4-2,5y)-2,6475=39,8-9(0,45+8y)$

19. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- a) $3(y+1)+3,4=2(y+1,7)$
- b) $12,4=12-(3-y)$
- c) $13(y-0,1)=6(2y+0,1)$
- d) $0,5(2-4y)+y=3$
- e) $2(3y-4)+4(y+5)=3(2y+8)$
- f) $3(7x-4)+2(2x-2)-4=0$

- g) $8(3v-2)=60-30v-7v-14+30v$
- h) $5x+3(x-1)=6x+11$
- i) $8(y-7)-3(2y+9)=15$
- j) $0,6-0,5(t-1)=t+0,5$
- k) $6+(2-4r)+5r=3(1-3r)$
- l) $3(2x-3) - 4(x+1) = x+1$
- m) $0,4(2u-1)-3(-0,2u)-1=0$

20. Řeš rovnici a proved' zkoušku:

- a) $5(y+3)+2(y-3)=9(y-1)-2$
- b) $4m(m-1)-(2m+5)(2m-5)=1$

- c) $5x-3(x-0,7)-[2x-(x+5)+8]=8$
- d) $1,3(x-0,7)-0,12(x+10)-5x=-9,75$

Výsledky cvičení

2. a) ne; b,c) ano 5. $>, =, <$ 6. a) $=$, b) $>$, c) $<$, d) $=$, e) $>$, f) $>$, g) $=$, h) $=$ 7. a) $=$, b) $<$ 8. $-1; 3$ 9. $2x-4 = x+5$ 10. $6(x-3)=3k+9$ 11. a) 5; b) 7; c) 2; d) 8; e) 3; f) 27; g) 2; h) 4; i) 2; j) 1; k) 2; l) 2; m) -7 ; n) -7 ; o) -60 ; p) 21; q) 76; r) 7; s) -11 ; t) 12,3; u) $-0,688$; v) -5 ; w) -4 ; x) -4 12. a) 7; b) 3; c) $5/3$; d) -10 ; e) $8/9$; f) -2 ; g) 0,5; h) -110 ; i) 12; j) -3 13. a) -9 ; b) $3/7$; c) 0,942; d) 3,6; e) $-0,31$; f) 414,26; g) 3,4; h) -8 ; 14. a) -3 ; b) 18; c) 7; d) 1,5 15. a) 3; b) -1 ; c) -5 ; d) -4 ; e) 0,8; f) -12 16. a) každé reálné číslo; b) žádné reálné číslo; c) -1 ; d) 8; e) 1; f) 3 17. a) 1; b) 25; c) 31; d) 7; e) 7; f) 1,9; g) $9/14$; h) $25/3$; i) 3,4; j) -2 18. a) 18; b) žádné reálné číslo; c) každé reálné číslo; d) žádné reálné číslo; e) každé reálné číslo; f) -8 ; g) -3 ; h) $-11,36$; i) $-0,42$ 19. a) -3 ; b) 3,4; c) 1,9; d) -2 ; e) 3; f) 0,8; g) 2; h) 7; i) 49; j) 0,4; k) $-0,5$; l) 14; m) 1 20. a) 10; b) 6; c) 8,9; d) 2

SLOVNÍ ÚLOHY

- Neznámé číslo vyjádři proměnnou x, řeš rovnici a proved' zkoušku. Ke kterému číslu musíš přičíst 25, abys dostal 100?
- Neznámé číslo vyjádři proměnnou x, řeš rovnici a proved' zkoušku. Když neznámé číslo vydělíš devíti, dostaneš podíl 6. Urči neznámé číslo.

3. Neznámé číslo vyjádři proměnnou x , řeš rovnici a proved' zkoušku. Zvětšíš-li neznámé číslo pětkrát a ještě o pět, obdržíte číslo 50. Které číslo má tuto vlastnost?
4. Neznámé číslo vyjádři proměnnou x , řeš rovnici a proved' zkoušku. Dvojnásobek neznámého čísla zmenšený o sedm se rovná 21. Urči neznámé číslo?
5. Neznámé číslo vyjádři proměnnou x , řeš rovnici a proved' zkoušku. Dvojnásobek neznámého čísla je o 18 větší než nejmenší dvojčíferné číslo. Které je to číslo?
6. Neznámé číslo vyjádři proměnnou x , řeš rovnici a proved' zkoušku. Trojnásobek neznámého čísla zmenšený o 26 se rovná dvojnásobku tohoto čísla zvětšenému o 20. Urči neznámé číslo.
7. Neznámé číslo vyjádři proměnnou x , řeš rovnici a proved' zkoušku. Součet čtyřnásobku a pětinasobku neznámého čísla dělený dvěma se rovná číslu menšímu o 5 než 50. Vypočítej neznámé číslo.
8. Urči dvě čísla, z nichž jedno je o 10 větší než druhé, víš-li že rozdíl druhých mocnin obou čísel je 400.
9. Číslo 57 rozděl na dvě části tak, aby rozdíl jejich druhých mocnin byl opět 57.
10. Zlomek nabude hodnoty, zmenšíš-li jeho čitatele i jmenovatele o 6. Který je to zlomek?
11. Které číslo má tu vlastnost, že jeho trojnásobek je o tolik větší než 40, o kolik je jeho polovina menší než 51?
12. Které trojčíferné číslo, mající na místě jednotek 8, má tu vlastnost, že postavíš-li tuto číslici na první místo vlevo, dostaneš číslo o 14 menší, než je dvojnásobek čísla původního?
13. Trojčíferné číslo mající na místě jednotek číslici 4, se zvětší o svou třetinu, postavíš-li číslici na nejvyšší místo. Které je to číslo?
14. Čtyřčíferné číslo končí vpravo číslici 2. Postavíš-li ji na první místo vlevo, dostaneš číslo, které děleno 7 dává číslo o 66 menší než je čtvrtina původního čísla. Které je to číslo?
15. Statkář očekával, že sklídí desetkrát tolik pšenice, než kolik vysel. Sklidil však jen 637,5 q, což je o 45 q méně, než očekával. Kolik zasel?
16. Řekyně šla do chrámu Diova a prosila Boha, aby její peníze zdvojnásobil. Stalo se a ona obětovala dva oboly na poděkování. Se zbytkem šla do chrámu Apollónova a opětovala svou prosbu. Byla opět vyslyšena a obětovala zase dva oboly. Když spočítala své peníze, zjistila, že má právě dvakrát tolik peněz než původně. Kolik měla peněz?
17. Ve společnosti je třikrát tolik pánů co dam. Osm pánů se svými dámami odejde. Zbývá pak pětkrát tolik pánů co dam. Kolik bylo kterých?
18. Ve společnosti 90 osob je čtyřikrát více mužů než žen; dětí o 10 více než dospělých. Kolik je mužů, žen a dětí?
19. Myslím si číslo. Když k němu přičtu 8 a pak výsledek vynásobím 9, dostanu 171. Které číslo si myslím?
20. Neznámé číslo vyjádři proměnnou x . Řeš rovnici a proved' zkoušku. Na zakryté kartičce je číslo. Když od toho čísla odečteš 13 a výsledek dělíš 4, dostaneš 97. Které číslo bylo na kartičce?
21. Elektrický kabel 28 m dlouhý máš rozdělit na dvě části tak, aby druhá část byla 2,5 krát větší než první část. Jestliže ho rozdělíš na dva díly 7,5 m a 20,5 m, je to správně? Ne-li, urči správně délky obou kabelů.
22. Na výletě ušli žáci za tři dny 65 km. První den ušli dvakrát tolik jako třetí den, druhý den ušli o 10 km méně než první den. Kolik kilometrů ušli v jednotlivých dnech?
23. Ze dvou míst vzdálených 24 km vyrazili současně proti sobě po téže cestě chodec rychlostí 4 km/h a cyklista. Setkali se za 1,5 h. Vypočítej rychlost cyklisty.
24. Z města K vyjelo nákladní auto v 7 hodin rychlostí 40 km/h. Proti němu po téže silnici vyjelo v 8 h 30 min z města L osobní auto rychlostí 70 km/h. Vzdálenost obou měst je 225 km. V kolik hodin a v jaké vzdálenosti od K se obě auta setkala?
25. Na dvoře jsou bažanti a králíci. Mají dohromady 35 hlav a 94 nohy. Kolik je kterých?
26. Kdosi říkal: mám tolik bratrů co sester. Jeho sestra pak odvětila: mám třikrát tolik bratrů co sester. Kolik bylo bratrů a kolik sester?

27. Kůl je zaražen čtvrtinou své délky v zemi, třetina je ve vodě a 5 m vyčnívá nad vodou. Jak dlouhý je kůl?
28. Rozděl 100 Kč na tři díly tak, aby druhý díl měl více o jednu čtvrtinu prvního dílu a méně o 2 Kč, třetí díl více o jednu pětinu druhého dílu a méně o 3 Kč. Jak velký bude každý díl?
29. Třicetiletý muž má dva bratry dvacetiletého a šestiletého. Kdy bude muži tolik let, jako oběma bratrům dohromady?
30. Otcí je 32 let, synovi 6 let. Před kolika lety byl otec 14 krát starší než syn?
31. Otcí je 32 let, synovi 6 let. Po kolika letech bude otcův věk roven dvojnásobnému věku syna?
32. Otcí jsou 42 roky, synovi 12 let. Kdy bude otcí 2krát tolik co synovi?
33. Otcí jsou 42 roky, synovi 12 let. Kdy bude otcí 3krát tolik co synovi?
34. Jan je dvakrát starší než byl Ladislav před měsícem a je mu o 2 léta 11 měsíců více než Ladislavovi. Jaký je věk obou?
35. Součet čtyř po sobě následujících lichých čísel je 456. Urči tato čísla.
36. V peněžence byly stokorunové a padesátikorunové bankovky. Dohromady jich bylo 21 a jejich celková hodnota činila 1550 Kč. Kolik bylo stokorunových a kolik padesátikorunových bankovek?
37. 930 t obilí bylo rozděleno na dva díly. Krmného bylo 65 %, k prodeji byl určen druhý díl. Kolik tun bylo určeno na prodej?
38. Za cyklistou, který jel rychlostí 16 km/h, vyjel o 3 hodiny později motocyklista rychlostí 48 km/h. Za jak dlouho dohonil cyklistu?
39. Loď vyplula z přístavu v 6 h a plula rychlostí 16 námořních mil za hodinu. V 8 hodin 30 minut byl za ní poslán rychlý člun, který se pohyboval rychlostí 24 námořních mil za hodinu. V kolik hodin dohonil člun loď?
40. Loď vyplula z přístavu v 6 h a plula rychlostí 16 námořních mil za hodinu. V 8 hodin 30 minut byl za ní poslán rychlý člun, který se pohyboval rychlostí 24 námořních mil za hodinu. Na kolikátém kilometru od přístavu dohonil člun loď, je-li námořní míle 1852 m.
41. Helena měla o 20 % větší úspory než Jana. Dohromady měly uspořeno 1804 Kč. Kolik korun uspořila Helena a kolik Jana?
42. Je dáno pět přirozených čísel, z nichž každé následující je trojnásobkem předcházejícího. Největší je o 1152 větší než prostřední číslo v této řadě. Vypočti nejmenší číslo řady.
43. Byly nakoupeny padesátihaléřové a korunové známky za 25 Kč. Padesátihaléřových známek bylo třikrát více než korunových. Kolik kterých bylo zakoupeno?
44. Žitem, pšenicí a ječmenem bylo oseto 196 ha pozemků. Žitem osel 1,5 krát větší výměru než pšenicí. Ječmenem osel 5 krát menší výměru než žitem. Vypočti, na kolika hektarech byly vysety jednotlivé plodiny.
45. Čtyři kamarádi se dělili o peníze za společný sběr. Vašek dostal čtvrtinu celkové částky, Tonda třetinu ze zbytku peněz. Pepík dostal polovinu z druhého zbytku peněz. Na Jirku zůstalo 8 Kč. Kolik korun dostali jednotliví chlapci?
46. Čtyři kamarádi se dělili o peníze za společný sběr. Vašek dostal čtvrtinu celkové částky, Tonda třetinu ze zbytku peněz. Pepík dostal polovinu z druhého zbytku peněz. Na Jirku zůstalo 8 Kč. Kolik korun celkem dostali chlapci za sběr?
47. Třetina třídy měla v pololetí vyznamenání. Na konci roku k nim přibyl ještě jeden žák, takže vyznamenaných žáků bylo celkem 13. Kolik žáků chodilo do třídy?
48. Přičteš-li k danému číslu jednu pětinu, dostaneš 36. Které je to číslo?
49. Násobíš-li myšlené číslo třemi, od součinu odečteš tři, rozdíl dělíš sedmi a k podílu přičteš pět, obdržíš původní číslo. Které to je?
50. Obvod trojúhelníku je 87 cm. Strana a je o 15 cm kratší než strana b a strana c je o 12 cm delší než strana b. Urči délky stran.
51. Na upletení svetru, čepice a šály je celková spotřeba 541 g vlny. Na čepici je třeba pětkrát méně vlny než na svetr a současně o 5 g více než na šálu. Kolik vlny se spotřebovalo na každý výrobek?

52. Na zahradě bylo pětkrát více keřů rybízu než na jiné zahradě. Když přesadíš 22 keřů rybízu z první zahrady do druhé, byl by na obou zahradách stejný počet keřů rybízu. Kolik keřů rybízu je na každé zahradě?
53. V 7. třídě bylo o dva chlapce více než v 8. třídě. Kdyby se počet chlapců v 7. třídě zvýšil o 7 a v 8. třídě se zvětšil o jednu třetinu původního počtu, byl by v obou třídách stejný počet chlapců. Kolik chlapců bylo v každé třídě?
54. Rozděl 130 ořechů na dvě části tak, aby menší část zvětšená čtyřikrát byla rovna větší části zmenšené třikrát.
55. Urči počet obyvatel Evropy a Asie, víš-li, že celkový počet obyvatel obou kontinentů je 3 miliardy 300 miliónů a obyvatel Asie je 3,6 krát více než obyvatel Evropy.
56. Z kovové tyče byly zhotoveny tři součástky. Na první byla spotřebována polovina tyče, na druhou dvě třetiny zbytku, třetí součástka měla hmotnost 3 kg. Jaká byla hmotnost celé tyče?
57. Součet trojnásobku neznámého čísla zvětšeného o 3 a dvojnásobku tohoto čísla zmenšeného o 1 je roven trojnásobku tohoto čísla zvětšeného o 5. Které je to číslo?
58. Pro zlepšení životního prostředí bylo vysázeno ve městě celkem 720 dubů, javorů a lip. Kolik bylo vysázeno stromků každého druhu, jestliže javorů bylo o 90 více než lip a dubů sedmkrát více než lip?
59. Kolik žáků posledních tříd je na škole, jestliže polovina z nich se hlásí na střední odborná učiliště, třetina na střední odborné školy a 26 na gymnázia?
60. Za práci na opravách si vydělali tři spolupracovníci celkem 4720 Kč. Rozdělili se tak, že první dostal o 20 % více než druhý a třetí o 15 % více než druhý. Kolik dostal každý?
61. Urči velikost vnitřních úhlů v rovnoramenném trojúhelníku, víš-li, že úhel ležící proti základně je o 15° větší než úhly při základně.
62. Kdy a kde se setkají dva vlaky, které vyjely současně proti sobě ze stanic A, B vzdálených 60 km, jestliže 1. vlak jel rychlostí 75 km/h a druhý jel rychlostí 45 km/h?
63. Ze dvou měst vzdálených 162 km vyjedou současně dvě auta po stejné trase. Jedno auto jede průměrnou rychlostí 60 km/h, druhé 75 km/h. Za jak dlouho a v jaké vzdálenosti se setkají?
64. Ze dvou měst vzdálených 192 km vyjedou současně dva vlaky proti sobě. Jeden jede průměrnou rychlostí o 12 km/h větší než druhý vlak. Jakou rychlostí jedou, jestliže se setkají za 2 hodin?
65. Turista šel rychlostí 5 km/h, za půl hodiny za ním vyjel po stejné trase cyklista průměrnou rychlostí 20 km/h. Za kolik minut dohoní cyklista turista a kolik kilometrů při tom ujede?
66. Turista ušel 16 km za 3,5 hodiny. První dvě hodiny šel stále stejně rychle. Potom zvolnil chůzi a šel už jen rychlostí o 1 km za hodinu menší než dříve. Urči obě rychlosti.
67. Cestující jel vlakem, autobusem a autem. Za auto zaplatil pětkrát tolik jako za vlak, za autobus třikrát tolik jako za vlak. Celkem zaplatil 54 Kč. Kolik zaplatil za vlak?
68. Žáci cvičili v řadách. Když bylo v každé řadě 9 žáků, zbývali dva. Kdyby při stejném počtu řad bylo v každé řadě 10 žáků, bylo by v poslední řadě o dva méně. Kolik bylo žáků a kolik řad?
69. Za šest roků bude Jan dvakrát starší než byl před šesti lety. Kolik je mu let?
70. Celý vlak má hmotnost 772 tun; má 1 lokomotivu, 3 prázdné vagóny a 20 vagónů naložených. Na každém je 20 t nákladu. Lokomotiva je 8 krát těžší než prázdný vagón. Jakou hmotnost má lokomotiva a jakou prázdný vagón?
71. Druhá mocnina neznámého čísla zvětšená o 80 se rovná druhé mocnině čísla o 4 většího. Urči neznámé číslo.
72. V rovnoběžníku je jeden úhel o 4° větší než třetina úhlu přilehlého k téže straně. Jaké úhly má rovnoběžník?
73. Praha, Brno a Bratislava měly v roce 1960 dohromady 1 384 000 obyvatel. Praha měla o 650 000 obyvatel více než Brno, Bratislava o 88 tisíc méně než Brno. Kolik obyvatel bylo v Brně, kolik v Bratislavě?

74. Praha, Brno a Bratislava měly v roce 1960 dohromady 1 384 000 obyvatel. Praha měla o 650 000 obyvatel více než Brno, Bratislava o 88 tisíc méně než Brno. Kolik hodin by bylo odpracováno, kdyby každý druhý Pražan odpracoval při výpomoci aspoň 8 hodin?
75. Kolik vajec dali na farmě do lhně, když se vylíhlo 92 % kuřat a 168 vajec bylo prázdných?
76. Na dvojkolejně trati se setkal rychlík s nákladním vlakem. Rychlík jel rychlostí 72 km/h, nákladní vlak 36 km/h. Za jakou dobu budou od sebe vzdáleny 9 km?
77. Milan šel na dvě hodiny na procházku. Celou cestu tam se vezl autem rychlostí 30 km/h. Jak daleko může autem zajet, aby se za určené dvě hodiny vrátil, půjde-li pěšky rychlostí 5 km/h?
78. Do nádrže se vejde 1 hl vody. Kohoutkem se nádrž naplní za 5 minut, odpadovým otvorem se plná nádrž vyprázdní za 7 min. Za jakou dobu se naplní prázdná nádrž, bude-li otevřen kohoutek i otvor pro výtok?
79. V Autobusu jelo 39 osob, dospělých o 12 více než dětí. Kolik dospělých a kolik dětí jelo autobusem?
80. Do bazénu se vejde 50 hl vody. Rourou přiteče za minutu 40 litrů vody, odpadovým otvorem se plný bazén vyprázdní za 45 min. Za jakou dobu se naplní prázdný bazén, bude-li současně otevřen přítok i odtok?
81. Odečteš-li od dvojnásobku daného čísla číslo 10, dostaneš právě tolik, jako když k danému číslu přičteš číslo o 10 menší. Které je to číslo?
82. Budík, dámské hodinky a pánské hodinky stojí celkem 1370 Kč. Kolik stojí každá z věcí, jestliže dámské hodinky jsou šestkrát dražší než budík a pánské hodinky jsou o 200 Kč dražší než dámské hodinky?
83. Součet tří přirozených čísel, ze kterých je každé následující o 5 větší než předcházející, je 204. Která jsou to čísla?
84. Za tři dny prodali v obchodě 1400 kg brambor. První den prodali o 100 kg brambor méně než druhý den, třetí den tři pětiny toho, co prodali první den. Kolik kg brambor prodali v jednotlivých dnech?
85. Za tři roky bylo v rekultivované oblasti vysázeno 28,5 ha lesa. V druhém roce byla vysázena o polovinu větší výměra než v prvním roce a ve třetím opět o polovinu větší výměra než ve druhém roce. Kolik hektarů lesa bylo vysázeno v každém roce?
86. Děti šly na koupaliště vzdálené 3 km rychlostí 6 km/h, zpět pak šly rychlostí 4 km/h. Jak dlouho trvala dětem cesta na koupaliště a zpět?
87. V rodině je 6 dětí. Pět z nich je o 2, 6, 8, 12, 14 let starších než nejmladší dítě. Věk každého dítěte je vyjádřen prvočíslem. Kolik let je nejmladšímu dítěti?
88. Obdélník má délku čtyřikrát větší než šířku. Jestliže se jeho délka zvětší dvakrát a šířka třikrát, zvětší se jeho obvod o 24 cm. Urči rozměry původního obdélníku.
89. Trojnásobek neznámého čísla je právě o tolik větší než 40, o kolik je jeho polovina menší než 51. Které číslo má tuto vlastnost?
90. Osobní vlak ujede 102 km za 3 hodiny. Za 2 hodiny po jeho odjezdu vyjel za ním rychlík a dostihl ho ve stanici vzdálené od výchozí stanice 136 km. Jakou rychlostí jel rychlík?
91. Po mostě dlouhém 150 m jel nákladní vlak rychlostí 30 km/h. Vlak byl dlouhý 300 m. Jak dlouho jel vlak po mostě?
92. V trojúhelníku ABC je velikost vnitřního úhlu β rovna třetině velikosti úhlu α a zároveň je o 20° větší než velikost úhlu γ . Urči velikosti všech úhlů.
93. Na květinovém záhonu je vysázeno 220 tulipánů a narcisů. Třetina všech tulipánů a šestina všech narcisů se rovná počtu všech tulipánů. Kolik je na záhonu kterých květin?
94. V turistické ubytovně nocovalo 44 turistů v 8 pokojích, které byly čtyřlůžkové, jiné šestilůžkové. Kolik čtyřlůžkových a kolik šestilůžkových pokojů bylo v ubytovně, když dvě lůžka zůstala prázdná?
95. Kupec rozmnožuje své jmění o 20 % ročně. Na počátku měl 250 000 Kč, po čtyřech letech 357 360 Kč. Kolik ročně utratil?

96. Na gymnáziu je v nižších třídách 72 % všeho studentstva, v kvintě 10 % a v obou dalších třídách je stejný počet žáků, a to o pět menší než v kvintě. Kolik žáků je ve škole?
97. Kolik litrů vody 48° teplé nutno přidat do 1,2 hl vody 8°C teplé, aby směs měla teplotu 24°C?
98. Vinárník má dva druhy vína různých cen; litr jednoho druhu po 96 Kč, druhého po 120 Kč. Kolik druhů každého musí smísit, aby dostal 120 l směseniny po 112 Kč?
99. Ze dvou míst vzdálených 285 km vyjela proti sobě auta. První ujede za hodinu 30,5 km, druhé 4,75 km. Kdy se potkají?
100. Turista vystoupil z údolí na horu a opět sestoupil. Celý výlet trval 6 hodin a 20 minut. Jak vysoko leží vrchol hory nad údolím, vystoupí-li turista o 300 m nebo sestoupí o 500 m za hodinu a popřeje-li si cestou 1 hodinu oddechu?

Výsledky cvičení

1. 75; 2. 54; 3. 9; 4. 14; 5. 14; 6. 46; 7. 10; 8. 15; 25 9. 29; 28 10. 36/48 11. 26 12. 428; 13. 324; 14. 1492; 15. 68,25q 16. 3; 17. 16 dam; 48 pánů 18. 32 mužů; 8 žen; 50 dětí 19. 11; 20. 401; 21. ne; 8 m a 20 m; 22. 30; 20; 15; 23. 12 km/h; 24. 10 h, 120 km; 25. 23 bažantů, 12 králíků; 26. 3 bratři, 2 sestry; 27. 12 m; 28. 28,64; 33,8; 37,56; 29. za 4 roky; 30. před 4 lety; 31. po 20 letech; 32. za 18 let; 33. za 3 roky; 34. 6 let; 3 roky a 1 měsíc; 35. 111; 113; 115; 117; 36. 10 stokorunových; 11 padesátikorunových; 37. 325,5 t; 38. 1,5 h; 39. 13,30 h; 40. 222,24 km; 41. 984 Kč; 820 Kč; 42. 16; 43. 30 a 10; 44. 105 ha žita; 70 ha pšenice; 21 ha ječmene; 45. 8 Kč 46. 16; 47. 36; 48. 30; 49. 8; 50. 15 cm; 30 cm; 42 cm; 51. 390 g; 78 g; 73 g; 52. 55 a 11; 53. 29 a 27; 54. 10 a 120; 55. 717 miliónů; 2 miliardy 583 miliónů; 56. 18 kg; 57. 1,5; 58. 490; 160; 70; 59. 156; 60. 1691; 1409; 1620; 61. 55°, 55°, 70°; 62. 0,5 h; 37,5 km; 63. za 1h 12 min; 72 km; 64. 42 km/h; 54 km/h; 65. za 10 minut; 3,5 km; 66. 5 km/h; 4 km/h; 67. 6 Kč; 68. 38 žáků; 4 řady; 69. 18 let; 70. 94 t; 12 t; 71. 8; 72. 48°, 132°; 73. Brno 274 000; Bratislava 186 000; Praha 924 000; 74. 3 696 000; 75. 2 100; 76. 5 min; 77. 8 a 4/7 km; 78. 17,5 min; 79. není řešení; 80. nemá řešení; 81. každé číslo; 82. 90 Kč; 540 Kč; 740 Kč; 83. 63; 68; 73; 84. 500 kg; 600 kg; 300 kg; 85. 6 ha; 9 ha; 13,5 ha; 86. 1 h 15 min; 87. 5 let; 88. 8 cm; 2 cm; 89. 26; 90. 68 km/h; 91. 54 s; 92. 120°, 40°, 20°; 93. 44 tulipánů; 176 narcisů; 94. 1 čtyřlůžkový, 7 šestilůžkových; 95. 30 000 Kč; 96. 500; 97. 80 l; 98. 40 l a 80 l; 99. 4 h; 100. 1 000 m

SLOVNÍ ÚLOHY Z GEOMETRIE ŘEŠENÉ POMOCÍ ROVNIC

- Obsah trojúhelníku AEC se rovná aritmetickému průměru obsahů dvou zbývajících trojúhelníků. Jakou část obsahu obdélníku zaujímá obsah trojúhelníku AEC?
- Zkrátíš-li jednu stranu čtverce o 6 % její délky a druhou o 10 % její délky, vznikne obdélník, jehož obvod je 73,6 cm. Vypočítej délku strany čtverce.
- Obvod trojúhelníku je 104 cm. Jeho základna je o 6 cm delší než jedna a o 8 cm kratší než druhá strana. Urči délky stran.
- V obdélníku je jedna strana o 20 m delší než druhá. Zkrátí-li se delší o 5 m a zároveň prodlouží kratší o 10 m, vzroste obsah obdélníku o 300 cm². Jaké byly rozměry původního obdélníku?
- Ze vzorce pro obvod obdélníku vypočítej délku strany b, je-li dáno: o=450 m, a=125 m.
- Obsah trojúhelníku se rovná 63,7 cm². Urči délku strany a, jestliže v_a=13 cm.
- Kvádr s hranami a=15 cm, b=11 cm má objem V=3630 cm³. Vypočítej délku hrany c.
- Vypočítej průměr kruhu, který má stejný obvod jako čtverec se stranou a=3,8 m.
- Vypočítej obsah kruhu, který má obvod 59,66 cm.
- Jeřáb se pohybuje po kolejkách rychlostí 0,3 m/s. Za jak dlouho se přemístí o 22,5 metrů?
- Urči hmotnost betonového sloupku tvaru kváдру s rozměry 2 m, 20 cm, 10 cm, je-li hustota betonu =2,1 g/cm³.
- Měděný odlitek má hmotnost 667,5 g. Urči jeho objem, je-li hustota mědi 8,9 g/cm³.
- Za jakou dobu ujede auto vzdálenost 18 km, jede-li průměrnou rychlostí 15 m/s?

14. Vypočítej poloměr kruhu, je-li jeho obvod 100 cm.
15. Vypočítej délku hrany krychle, je-li povrch krychle 150 cm^2 .
16. Vypočítej výšku na stranu c pravoúhlého trojúhelníku, jestliže $a=3 \text{ cm}$, $b=4 \text{ cm}$.
17. Vypočítej výšku na stranu a trojúhelníku, jehož obsah je $12,5 \text{ cm}^2$ a délka strany a je 4 cm.
18. Vypočítej výšku lichoběžníku, je-li jeho obsah $67,2 \text{ m}^2$, $a=6,4 \text{ m}$, $c=3,2 \text{ m}$.
19. Vypočítej délku základny a lichoběžníku, je-li jeho obsah $19,8 \text{ cm}^2$, $c=4 \text{ cm}$, $v=55 \text{ mm}$.
20. V lichoběžníku ABCD ($AB \parallel CD$) s obsahem 798 dm^2 je strana $c=28 \text{ dm}$ a výška $v=14 \text{ dm}$. Vypočítej délku strany a.
21. Kvádr má obdélníkovou podstavu s rozměry 16 cm a 12 cm, má povrch 1364 cm^2 . Vypočítej výšku kvádru.
22. Ze vzorce pro obsah lichoběžníku vypočítej b, jestliže $a=2 \text{ cm}$, $v=4 \text{ cm}$, $S=14 \text{ cm}^2$.
23. Pomocí Ohmova zákona $U=R \cdot I$ určete proud I ($U=220 \text{ V}$, $R=5 \text{ Q}$).
24. Pro jednoduchý převod ozubenými koly platí vztah $z_1:z_2=n_2:n_1$ (z počty zubů, n počty otáček). Urči n_2 , jestliže $z_1=16$ zubů, $z_2=40$ zubů, $n_1=150$ otáček za minutu. (
25. Ze vzorce pro obsah rovnostranného trojúhelníku vypočítej délku strany a, víš-li, že $S=45 \text{ cm}^2$.
26. Válec vznětového motoru má objem $602,88 \text{ cm}^3$. Průměr válce je 80 mm. Urči zdvih - výšku válce - tohoto motoru.
27. Kvádr s hranami délek 12,5 cm a 16 cm má stejný objem jako krychle s hranou délky 1 dm. Urči třetí rozměr kvádru.
28. S přesností na desetiny urči objem krychle, je-li obsah jedné jeho stěny 40 cm^2 .
29. Pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník má obsah 32 cm^2 . Vypočítej jeho obvod s přesností na desetiny centimetru.
30. Povrch uzavřeného válcového kotle je $7,85 \text{ m}^2$, průměr kotle 0,8 m. Urči výšku kotle.
31. Obdélník má strany dlouhé 6 cm a 3,4 cm. Čtverec má úhlopříčku dlouhou 6,3 cm. Který obrazec má větší obvod a o kolik centimetrů?

Výsledky cvičení

1. $1/3$; 2. 20 cm; 3. 28 cm; 34 cm; 42 cm; 4. 50 cm; 30 cm; 5. 100 m; 6. 9,8 cm; 7. 22 cm; 8. 4,84 cm; 9. $283,4 \text{ cm}^2$; 10. 1 min 15 s; 11. 84 kg; 12. 75 cm^3 ; 13. $1/3 \text{ h}$; 14. 15,92356688 cm; 15. 5 cm; 16. 2,4 cm; 17. 6,25 cm; 18. 14 cm; 19. 3,2 cm; 20. 86 dm; 21. 17,5 cm; 22. 5 cm; 23. 44 A; 24. 60 ot/min; 25. $180/4$; 26. 12 cm; 27. 5 cm; 28. $252,8 \text{ cm}^3$; 29. 27,3 cm; 30. 2,725 m; 31. obdélník asi o 1 cm;

4. Základy statistiky

Příklad

V tabulce jsou uvedeny údaje o žácích na základních školách k 30. září 1998

	Počet žáků	V procentech	Počet dívek
V 1. až 9. ročníku celkem	1 082 415	100	527 455
Z toho v 1. ročníku	123 221	11,4	59 494
V 2. ročníku	128 384	11,9	62 879
Ve 3. ročníku	123 804	11,4	60 579
Ve 4. ročníku	125 407	11,6	61 581
V 5. ročníku	125 972	11,6	61 544
V 6. ročníku	116 563	10,8	56 473
V 7. ročníku	116 376	10,8	56 239
V 8. ročníku	113 026	10,4	54 688
V 9. ročníku	109 662	10,1	53 981

Tabulka byla sestavena na základě **statistického šetření**. Pozorně si ji prohlédni a pak zodpověz těchto deset otázek:

1. Kolik žáků bylo 30.9.1998 v 1. až 9. ročníku celkem?
2. Kolik z nich bylo k tomuto datu v 8. ročníku?
3. Ve kterém ročníku bylo nejvíce žáků? A ve kterém nejméně?
4. Bylo více žáků v 1. až 5. ročníku, nebo v 6. až 9. ročníku?
5. Které číslo tvoří **základ** pro výpočet počtů procent žáků v jednotlivých ročnících?
6. Jsou počty procent vypočítány správně? Zkontroluj, výsledky zaokrouhli na desetiny.
7. Kolik chlapců bylo v 8. ročníku? Bylo jich více, nebo méně než dívek?
8. Kolik procent počtu všech žáků 8. ročníku tvořili chlapci? A kolik procent dívky?
9. Kolik je v tvé třídě chlapců a kolik dívek?
10. Kolik procent počtu žáků tvé třídy jsou chlapci a kolik procent dívky?

Žáky třídíme podle toho, do kterého ročníku chodí, nebo podle pohlaví.

Příklad

Na základní škole v Javornici proběhlo **statistické šetření**, kterého se zúčastnilo 624 žáků této školy. Jedna z otázek byla: „Kolik máš celkem sourozenců?“ Zde jsou výsledky:

Počet všech sourozenců	0	1	2	3	4	5
Počet žáků	15	210	244	95	36	24
Počet žáků v procentech	2,40	33,65	39,10	15,22	5,77	3,85

Zkontroluj, zda na uvedenou otázku odpověděli všichni zúčastnění žáci.

Proveď ve své třídě statistické šetření o počtu sourozenců. Výsledky uspořádej do tabulky.

Každé statistické jednotce přiřazujeme jedinou hodnotu znaku.

Součet četností se rovná počtu všech jednotek statistického souboru.

Součet relativních četností vyjádřených v procentech je 100 %.

Pokud relativní četnosti zaokrouhlujeme, nemusí nám 100 % vyjít přesně.

Cvičení

1. Proveď ve své třídě průzkum, jehož cílem je zjistit, kolik z vás se narodilo ve kterém kalendářním měsíci. Výsledky uspořádej do tabulky, запиš četnosti a vypočítej relativní četnosti. Jaké poznatky můžeš uvést na závěr svého šetření?

Diagramy

Výsledky statistických šetření se velmi často vyjadřují pomocí diagramů. Každý diagram vyjadřuje vzájemný vztah mezi dvěma i více proměnnými veličinami pomocí přehledných grafických symbolů (číslice, písmena, matematické symboly, schematické obrázky, čáry, obrazce, tělesa, barvy a jejich odstíny).

Druhy diagramů:

- bodový
- spojnicový
- hůlkový (úsečkový)
- sloupcový
- kruhový

Cvičení

2. Narýsuj diagramy k výsledkům příkladů a cvičení 1 z první části této kapitoly.

Aritmetický průměr, modus a medián

Příklad

V osmé třídě je 25 žáků, kteří byli hodnoceni v pololetí z fyziky takto: osmnáct žáků dostalo jedničku, šest žáků dostalo dvojku a jeden žák trojku. Vypočítej průměrnou známku z fyziky v této třídě.

$$\frac{18 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{25} = \frac{33}{25} = 1,32$$

Žáci osmé třídy byli hodnoceni průměrnou známkou 1,32.

ARITMETICKÝ PRŮMĚR

je součet všech hodnot znaku vydělený počtem všech statistických jednotek souboru.

Cvičení

3. Vypočítej aritmetický průměr všech známek (mimo chování) na svém vysvědčení.
4. V prodejně obuvi byly v posledním týdnu následující tržby:
- v pondělí 33 247 Kč
 - v úterý 32 116 Kč
 - ve středu 29 875 Kč
 - ve čtvrtek 35 569 Kč
 - v pátek 47 321 Kč
 - v sobotu 25 997 Kč

Vypočítej aritmetický průměr tržeb čili průměrnou denní tržbu za poslední týden. Výsledek zaokrouhli na celé koruny.

Příklad

Počet všech sourozenců	0	1	2	3	4	5
Četnost	15	210	244	95	36	24
Četnost v procentech	2,40	33,65	39,10	15,22	5,77	3,85

Která hodnota znaku „počet sourozenců“ má největší četnost?
2 je **modus** znaku „počet sourozenců“.

MODUS

znaku je ta jeho hodnota, která má největší četnost.

Pokud se v souboru vyskytují dvě nebo více hodnot znaku s největší četností, tvoří modus **všechny tyto hodnoty**.

Příklad

Na naší škole máme volejbalové družstvo dívek a volejbalové družstvo chlapců. Dívky ve volejbalovém družstvu mají výšky v řadě od největší po nejmenší : 194 cm, 192 cm, 175 cm, 175 cm, 174 cm, 172 cm, 171 cm, 171 cm, 170 cm.

Vypočítáme aritmetický průměr výšek dívek:

$$\frac{194 + 192 + 2 \cdot 175 + 174 + 172 + 2 \cdot 171 + 170}{9} = \frac{1594}{9} = 177,111..., \text{ tj. asi } 177 \text{ cm}$$

Průměrná výška dívek je asi 177 cm.

Jinou charakteristikou výšky dívek může být výška té dívky, která je v řadě uprostřed. Je to výška 174 cm.

174 cm je **medián** znaku „výška dívek (v cm)“.

Nyní se podíváme na výšky chlapců. Hodnoty jsou opět řazeny od největší po nejmenší: 195 cm, 190 cm, 176 cm, 176 cm, 174 cm, 174 cm, 173 cm, 170 cm.

Vypočítáme aritmetický průměr výšek chlapců:

$$\frac{195 + 190 + 2 \cdot 176 + 2 \cdot 174 + 173 + 170}{8} = \frac{1428}{8} = 178,5 \text{ cm}$$

Průměrná výška chlapců je 178,5 cm.

Určíme medián výšek chlapců:

Přímo uprostřed řady hodnot není žádná hodnota. **Za střed řady vezmeme aritmetický průměr výšek 176 cm a 174 cm.**

$$(176 + 174) : 2 = 350 : 2 = 175 \text{ cm}$$

175 cm je **medián** znaku „výška chlapců (v cm)“

MEDIÁN

určujeme tehdy, když jsou hodnoty znaku čísla; uspořádáme je podle velikosti. Je-li počet jednotek souboru liché číslo, je **medián** sledovaného znaku ta jeho hodnota, která leží „uprostřed“.

Je-li počet jednotek souboru sudé číslo, je **medián** sledovaného znaku aritmetickým průměrem těch jeho dvou hodnot, které jsou „nejbližší středu“.

Cvičení

5. Tabulka uvádí rozdělení četností výše čtvrtletní odměny pro 42 pracovníků závodu.

Odměny v Kč	3 000	6 000	10 000	15 000	30 000
Četnost	5	18	11	7	1

a) Vypočítej aritmetický průměr výše čtvrtletní odměny.

b) Zjisti modus a medián výše čtvrtletní odměny.

6. V tabulce jsou uvedeny počty žáků ve všech třídách základní školy v Javornici.

Třída	1.A	2.A	3.A	4.A	5.A	6.A	7.A	7.B	8.A	9.A
Počet žáků	22	24	22	23	26	28	29	27	30	32

- statistický soubor tvoří třídy 1.A až 9.A. Roztříd' je do skupin podle znaku „počet žáků ve třídě“.*
- Sestav tabulku, v jejímž prvním řádku budou hodnoty znaku „počet žáků ve třídě“ a ve druhém řádku jejich četnosti.
- Urči modus a medián tohoto znaku.
- Vypočítej aritmetický průměr počtu žáků ve třídě.

7. Vezmi si kostku a hod' si s ní 100krát. Po každém hodu zaznamenávej, kolik ok padlo. Zjisti modus a medián počtu ok na kostce.