

1. Druhá mocnina a odmocnina

Druhá mocnina, druhá odmocnina

1.1. Druhá mocnina

- součin sobě rovných čísel je mocnina
- součin $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ můžeme psát také jako mocninu 2^7

$a \cdot a = a^2$ součin dvou číseldruhá mocnina čísla a

- názvy a zápis: a^n $a \in \mathbb{N}_0, n \in \mathbb{N}_0$
 a je základ mocniny
 n je mocnitel (určuje počet činitelů v součtu)
- Mocnina přirozeného čísla je vždy číslo přirozené
- Zpaměti musíš zvládnout :

$0^2 = 0$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$
$1^2 = 1$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$
$2^2 = 4$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$
$3^2 = 9$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$
$4^2 = 16$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$

- číslo nula umocněné jakýmkoli mocnitelem různým od nuly je vždy 0; $0^0 = 0 \cdot 0 = 0$
- nenulové číslo umocněné číslem nula je vždy 1; $a^0 = 1, a \in \mathbb{N}_0$
- UPOZORNĚNÍ: Všechny příklady a souhrnná cvičení jsou řešena za použití tabulek, nikoli kalkulačky!!!!

Příklad: Vypočítej:

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$11^2 = 11 \cdot 11 = 121$$

$$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$$

$$6+6^2 = 6 + 6 \cdot 6 = 6 + 36 = 42$$

$$25^2 = 25 \cdot 25 = 625 \dots\dots \text{vyhledali jsme v tabulkách}$$

$$600^2 = (6 \cdot 100)^2 = 6^2 \cdot 100^2 = 36 \cdot 10\,000 = 360\,000$$

$$1,5^2 = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25$$

$$1\,700^2 = (17 \cdot 100)^2 = 289 \cdot 10\,000 = 2\,890\,000$$

$$0,016^2 = 256 \cdot 0,000\,001 = 0,000\,256$$

$$0,7^2 = (0,1 \cdot 7)^2 = 0,1^2 \cdot 7^2 = 0,01 \cdot 49 = 0,49$$

$$0,0289^2 = 83\,521 \cdot 0,00000001 = 0,00083521$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$5407,321^2 = \text{zaokrouhlíme na } 5400^2 = 540^2 \cdot 10^2 = 291600 \cdot 100 = \mathbf{29160000}$$

$$4^2 \cdot (-2) \cdot 5 = 16 \cdot (-2) \cdot 5 = \mathbf{-160}$$

Cvičení 1. Vypočítej pomocí tabulek:

a) $(3,40,8)^2 =$

b) $3,40,8^2 =$

c) $240 - 32,5^2 =$

Cvičení 2. Vypočítej pomocí tabulek a vhodného zaokrouhlení:

a) $999^2 =$

b) $0,05533^2 =$

c) $33,22^2 =$

d) $89,365^2 =$

Cvičení 3. Vypočítej pomocí tabulek:

a) $13^2 + 1,3^2 + 0,13^2 =$

b) $80^2 + 8^2 + 0,8^2 =$

c) $13^2 - 1,3^2 - 0,13^2 =$

d) $80^2 - 8^2 - 0,8^2 =$

Cvičení 4. Vypočítej pomocí tabulek:

a) $12,8^2 =$

b) $(-0,564)^2 =$

c) $-5,02^2 =$

d) $0,45^2 =$

e) $0,0031^2 =$

Cvičení 5. Vypočítej pomocí tabulek:

a) $6 + 4^2 =$

b) $6 - 4^2 =$

c) $(6 + 4)^2 =$

d) $(6 - 4)^2 =$

e) $6^2 - 4 =$

f) $6 + (-4)^2 =$

g) $6 \cdot 4^2 =$

h) $6^2 \cdot 4 =$

i) $6^2 \cdot 4^2 =$

1.2.Druhá odmocnina

- je opakem mocniny - druhá a třetí odmocnina čísla je uvedena v tabulkách i s návodem k jejich použití.
- druhá odmocnina čísla $\sqrt{a}$, kde a je druhá mocnina přirozeného čísla.
- Zpaměti musíš zvládnout :

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{121} = 11$$

$$\sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{196} = 14$$

$$\sqrt{169} = 13$$

$$\sqrt{225} = 15$$

Příklad: Určete: $\sqrt{4} = \sqrt{2 \cdot 2} = 2$

- třetí odmocnina čísla $\sqrt[3]{a}$, kde a je třetí mocnina přirozeného čísla.

Příklad: Určete $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2$

- Je-li přirozené číslo mocninou přirozeného čísla, je odmocnina číslo přirozené.
- Neexistuje odmocnina záporného čísla, protože žádná dvě záporná čísla nemají záporný součin

$$\sqrt{-x} \text{ neexistuje!!!!}$$

Příklad: Vypočítej:

$$2^3 = 8, \text{ potom } \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{3600} = \sqrt{36 \cdot 100} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = 6 \cdot 10 = 60$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3} = 3$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{3 \cdot 3} = 3$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

$$\sqrt{52,2} = \sqrt{52} = 7,21$$

$$\sqrt{781,7} = \sqrt{782} = 27,96$$

$$\sqrt{0,49} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{0,01} = 7 \cdot 0,1 = 0,7$$

$$\sqrt{0,0361} = \sqrt{361} \cdot \sqrt{0,0001} = 19 \cdot 0,01 = 0,19$$

$$\sqrt{0,000009} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{0,000001} = 3 \cdot 0,001 = 0,003$$

$$\sqrt{2,25} = \sqrt{225} \cdot \sqrt{0,01} = 15 \cdot 0,1 = 1,5$$

$$\sqrt{0,00587} = \sqrt{58,7} \cdot \sqrt{0,0001} = \sqrt{59} \cdot 0,01 = 7,68 \cdot 0,01 = 0,0768$$

Cvičení 6. Vypočítej pomocí tabulek:

a) $\sqrt{490000}$

d) $\sqrt{0,49}$

g) $\sqrt{0,0256}$

b) $\sqrt{6250000}$

e) $\sqrt{2,56}$

h) $\sqrt{0,000009}$

c) $\sqrt{160000000000}$

f) $\sqrt{0,0144}$

i) $\sqrt{2,25}$

Cvičení 7. Určete přibližné výsledky pomocí tabulek a vhodného zaokrouhlení odmocněnců:

a) $\sqrt{0,0576}$

d) $\sqrt{5487}$

g) $\sqrt{48721}$

b) $\sqrt{6,957}$

e) $\sqrt{10,58}$

h) $\sqrt{112,4}$

c) $\sqrt{258458}$

f) $\sqrt{11,69}$

Příklad: Vypočítej pomocí tabulek:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{0,0121}{0,16}} = \frac{0,11}{0,4} = \frac{11}{40}$$

Cvičení 8. Vypočítej pomocí tabulek:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{64}{25}} =$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}}$$

$$\text{f) } \sqrt{\frac{1}{196}}$$

$$\text{b) } \sqrt{3\frac{78}{121}} =$$

$$\text{e) } \frac{\sqrt{0,0009}}{\sqrt{0,0064}}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{225}{16}}$$

Cvičení 9. Vypočítej z paměti:

$$\text{a) } \sqrt{144}$$

$$\text{e) } \sqrt{900} \cdot \sqrt{10000}$$

$$\text{i) } \sqrt{2500}$$

$$\text{b) } \sqrt{36}$$

$$\text{f) } \sqrt{16} + \sqrt{81}$$

$$\text{j) } 13 + \sqrt{36}$$

$$\text{c) } \sqrt{169}$$

$$\text{g) } \sqrt{0,49}$$

$$\text{k) } \sqrt{4} - \sqrt{9}$$

$$\text{d) } \sqrt{100} - \sqrt{81}$$

$$\text{h) } 100 - \sqrt{64}$$

$$\text{l) } \sqrt{400} + \sqrt{144}$$

Cvičení 10. Vypočítej

$$\text{a) } \sqrt{0,0144}$$

$$\text{e) } \frac{\sqrt{1600}}{20^2}$$

$$\text{h) } \frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{0,16}}$$

$$\text{b) } \sqrt{9000000}$$

$$\text{f) } \sqrt{200}$$

$$\text{i) } \sqrt{(12)^2}$$

$$\text{c) } \sqrt{0,0361}$$

$$\text{g) } \sqrt{2,89}$$

$$\text{j) } \sqrt{-900}$$

$$\text{d) } \sqrt{36100}$$

Cvičení 11. Vypočítej pomocí tabulek (případně vhodně zaokrouhli):

$$\text{a) } \sqrt{0,01}$$

$$\text{e) } \sqrt{28900}$$

$$\text{i) } \sqrt{0,154}$$

$$\text{b) } \sqrt{8,65}$$

$$\text{f) } \sqrt{0,000765}$$

$$\text{j) } \sqrt{4,09}$$

$$\text{c) } \sqrt{0,000009}$$

$$\text{g) } \sqrt{0,04}$$

$$\text{k) } \sqrt{7265}$$

$$\text{d) } \sqrt{5,68}$$

$$\text{h) } \sqrt{2772}$$

Cvičení 12. Vypočítej pomocí tabulek:

$$\text{a) } \sqrt{289} \cdot \sqrt{256} \cdot \sqrt{225}$$

$$\text{f) } \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{84}$$

$$\text{b) } \sqrt{361} \cdot \sqrt{441} \cdot \sqrt{121}$$

$$\text{g) } \sqrt{0,02} \cdot \sqrt{75} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\text{c) } \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{1,44} \cdot \sqrt{2025}$$

$$\text{d) } \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{1,96} \cdot \sqrt{3025}$$

$$\text{h) } \sqrt{0,27} \cdot \sqrt{50} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{e) } \sqrt{5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{10}$$

Cvičení 13. Vypočítej:

$$\text{a) } 0,1 \cdot \sqrt{75 + 6} + 5 \cdot \sqrt{0,000529} + 0,2^2$$

$$\text{b) } 2^2 \cdot (\sqrt{4,41} - \sqrt{2,56}) - 3 \cdot \sqrt{1,69 - 1,44}$$

- c) $3^2 - 2 \cdot (\sqrt{5,29} - \sqrt{3,24}) + 0,25^2$
 d) $5^2 \cdot 4(\sqrt{7,29} - \sqrt{4,84}) - 3,25^2$
 e) $5^2 \cdot \sqrt{4^2 \cdot 0,1296} - 5,4^2$
 f) $2 \cdot (\sqrt{3,5^2 - 2,1^2} - \sqrt{(3,5 - 2,12)^2}) - \sqrt{8,18}$

Výsledky Cvičení:

- a) 7,3984 b) 2,176 c) -816,25
- a) 998001 b) 0,00003025 c) 1102,24 d) 7992,36
- a) 170,7069 b) 6464,64 c) 167,2931 d) 6335,36
- a) 163,84 b) 0,318096 c) -25,2004 d) 0,2025 e) 0,00000961
- a) 22 b) -10 c) 100 d) 4 e) 32 f) 22 g) 96 h) 144 i) 576
- a) 700 b) 2500 c) 400000 d) 0,7 e) 1,6 f) 0,12 g) 0,16 h) 0,003 i) 1,5
- a) 0,24 b) 2,638 c) 510 d) 74,2 e) 3,32 f) 3,46 g) 220,7 h) 10,58
- a) $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ b) $\frac{21}{11} = 1\frac{10}{11}$ c) $\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{0,03}{0,08} = \frac{3}{8}$ f) $\frac{1}{14}$
- a) 12 b) 6 c) 13 d) 1 e) 3000 f) 13 g) 0,7 h) 92 i) 50 j) 19 k) -1 l) 32
- a) 0,12 b) 3000 c) 0,19 d) 190 e) 0,1 f) 14,14 g) 1,7 h) 1,25 i) 12 j) neexistuje odmocnina záporného čísla
- a) 0,1 b) 2,941 c) 0,003 d) 2,383 e) 170 f) 0,02766 g) 0,2 h) 52,9 i) 0,387 j) 2,022 k) 85,4
- a) 4080 b) 4389 c) 10,8 d) 23,1 e) 20 f) 42 g) 1,5 h) 3
- a) 1,055 b) 0,5 c) 8,0625 d) 39,4375 e) 6,84 f) -9,16

Souhrnná cvičení: druhá mocnina, druhá odmocnina

1. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|--------------|-------------|------------|
| a) 12^2 | e) 3^2 | j) 931^2 |
| b) $6,3^2$ | f) $(-5)^2$ | k) 450^2 |
| c) $(-9)^2$ | g) 16^2 | l) 37^2 |
| d) $(7-8)^2$ | h) 24^2 | |
| | i) 157^2 | |

2. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|------------------|--------------------|----------------------|
| a) $5 + 3^2 =$ | d) $(5 - 3)^2 =$ | h) $5^2 \cdot 3 =$ |
| b) $5 - 3^2 =$ | e) $5^2 - 3 =$ | i) $5^2 \cdot 3^2 =$ |
| c) $(5 + 3)^2 =$ | f) $5 + (-3)^2 =$ | |
| | g) $5 \cdot 3^2 =$ | |

3. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| a) $20^2 =$ | d) $620\,000^2 =$ | h) $9090^2 =$ |
| b) $26000^2 =$ | e) $560^2 =$ | i) $36\,000^2 =$ |
| c) $89\,000^2 =$ | f) $880^2 =$ | |
| | g) $7\,300^2 =$ | |

4. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|--------------|---------------|---------------|
| a) $0,8^2=$ | e) $0,35^2=$ | j) $0,457^2=$ |
| b) $0,11^2=$ | f) $0,039^2=$ | k) $0,131^2=$ |
| c) $1,4^2=$ | g) $78^2=$ | l) $12,7^2=$ |
| d) $0,09^2=$ | h) $77,7^2=$ | |
| | i) $45,3^2=$ | |

5. Urči přibližné výsledky pomocí tabulek:

- | | | |
|---------------|----------------|------------------|
| a) $1,456^2=$ | c) $7,568^2=$ | f) $9404,321^2=$ |
| b) $230,6^2=$ | d) $45880^2=$ | g) $20,31^2=$ |
| | e) $41,069^2=$ | h) $0,006897^2=$ |

6. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|-----------------------|----------------------|--------------------|
| a) $3,4^2 \cdot 0,8=$ | d) $240^2 - 32,5=$ | h) $580 + 69,1^2=$ |
| b) $240^2 - 32,5^2=$ | e) $(258 - 64,7)^2=$ | i) $423 - 58,3^2=$ |
| c) $(240 - 32,5)^2=$ | f) $(210 - 85,6)^2=$ | |
| | g) $540 + 36,9^2=$ | |

7. Vypočítej pomocí tabulek :

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$ | c) $\left(1\frac{8}{15}\right)^2 =$ | f) $\left(2\frac{6}{19}\right)^2 =$ |
| b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$ | d) $\left(\frac{8}{11}\right)^2 =$ | |
| | e) $\left(\frac{15}{17}\right)^2 =$ | |

8. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2=$ | d) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5=$ | h) $2 \cdot (3 \cdot 5)^2=$ |
| b) $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2=$ | e) $2 \cdot 3 \cdot 5^2=$ | i) $2^2 \cdot (3^2 \cdot 5)^2=$ |
| c) $2^2 \cdot 3 \cdot 5=$ | f) $(2 \cdot 3 \cdot 5)^2=$ | |
| | g) $(2 \cdot 3)^2 \cdot 5=$ | |

9. Obdélník KLMN má rozměry /KL/ = a, /LM/ = 2.a .Obdélník OPQR má rozměry /OP/ =0,5a, /PQ/ = 3.a.

- Napiš vzorec pro výpočet obsahu a) obdélníku KLMN, b) obdélníku OPQR
 - Který obdélník má větší obsah a o kolik větší?
 - Správnost svých výsledků ověřte pro a = 2 cm.
10. Čtvercová podlaha se stranou délky 6,4 m má stejný obsah jako obdélníková podlaha se šířkou 5,12 m. Vypočítejte obvod obdélníkové podlahy.
11. Lesní lokalita měla tvar čtverce. Devastací porostu se její výměra zmenšila o 940 000 m². Z původního lesa zbyl cíp ve tvaru rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnou délky 1001,1 m. Jaké byly původní rozměry lesní lokality?
12. Žáci pěstovali léčivé rostliny na dvou záhonech stejně velkého obsahu. První záhon měl tvar obdélníku s rozměry 10 m a 2,5 m. Druhý záhon měl tvar čtverce; vypočítejte délku jeho strany.

13. V objektu čistící stanice odpadních vod je pět nádrží tvaru kváдру se čtvercovou základnou 6,4 m a výškou 2 m. Vypočítejte objem všech nádrží v hektolitrech.
14. V městském parku, který má výměru 1089 m^2 , bylo vybudováno dětské hřiště tvaru čtverce se stranou délky 16,5 m. Kolik procent z celé výměry parku připadá na dětské hřiště.
15. O kolik procent se zvětší obsah čtverce se stranou délky 2,4 cm, zvětší-li se tato délka o 50%?

16. Urči druhé odmocniny pomocí tabulek:

- | | | |
|------------------|-------------------|--------------------|
| a) $\sqrt{17}$ | e) $\sqrt{60800}$ | i) $\sqrt{0,0286}$ |
| b) $\sqrt{206}$ | f) $\sqrt{50800}$ | j) $\sqrt{0,73}$ |
| c) $\sqrt{458}$ | g) $\sqrt{6,24}$ | k) $\sqrt{7,2}$ |
| d) $\sqrt{9600}$ | h) $\sqrt{9,36}$ | |

17. Určete výsledky pomocí tabulek:

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------|
| a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72} =$ | d) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} =$ | h) $\sqrt{12100} =$ |
| b) $\sqrt{1600} =$ | e) $\sqrt{900} =$ | i) $\sqrt{8} =$ |
| c) $\sqrt{108} =$ | f) $\sqrt{128} =$ | |
| | g) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45} =$ | |

18. Vypočítejte a zaokrouhlete:

- | | |
|--|-------------|
| a) $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{23-12}$ | na desetiny |
| b) $\sqrt{470000}, \sqrt{170000}, \sqrt{10000-25^2}$ | na stovky |
| c) $\sqrt{6,32}, \sqrt{82,6}, \sqrt{9-3,82}$ | na setiny |

19. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------|---------------------|
| a) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{36}$ | c) $\sqrt{64} + \sqrt{36}$ | e) $\sqrt{64 + 36}$ |
| b) $\sqrt{64} - \sqrt{36}$ | d) $\sqrt{64} : \sqrt{36}$ | |

20. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|--|------------------------------|-------------------------------|
| a) $\sqrt{100-36}$ | d) $\sqrt{24^2 + 45^2}$ | g) $0,25 \cdot \sqrt{16} + 5$ |
| b) $\sqrt{5^2 - 3^2}$ | e) $\sqrt{6,1 - 6}$ | h) $5 \cdot \sqrt{9}$ |
| c) $\sqrt{0,09} - 0,5 \cdot \sqrt{1,96}$ | f) $\sqrt{100} - \sqrt{369}$ | |

21. Vypočítej pomocí tabulek:

- | | | |
|--|---|--|
| a) $\sqrt{13^2 - 12^2}$ | f) $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$ | j) $\sqrt{0,25 \cdot 0,64} \cdot \sqrt{0,36 \cdot 25}$ |
| b) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}$ | g) $0,5 \sqrt{0,04} + \frac{1}{6} \sqrt{144}$ | k) $\sqrt{225} : \sqrt{0,25}$ |
| c) $\sqrt{7.121.0,04}$ | h) $\sqrt{225} : \sqrt{25}$ | l) $\sqrt{0,25} : \sqrt{0,0025}$ |
| d) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{5}$ | i) $0,5 \sqrt{196} - 0,2 \sqrt{0,36}$ | |
| e) $-2\sqrt{36} + 2\sqrt{25} - \sqrt{2^2}$ | | |

22. Vypočítejte pomocí tabulek:

- | | | | |
|---------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|--|
| a) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ | d) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ | g) $\frac{\sqrt{16} + \sqrt{9}}{14}$ | j) $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{0,04}}$ |
| b) $\sqrt{\frac{1}{100}}$ | e) $\sqrt{\frac{0,16}{0,81}}$ | h) $\frac{\sqrt{25 \cdot 49}}{7}$ | k) $\frac{5 + \sqrt{1}}{\sqrt{25-16}}$ |
| c) $\sqrt{\frac{25}{49}}$ | f) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ | i) $\frac{15^2}{\sqrt{16}}$ | l) $\frac{2 \cdot \sqrt{49}}{\sqrt{4 \cdot 81}}$ |

23. Vypočítej pomocí tabulek:

a) $0,3 \cdot \sqrt{1\frac{7}{9}} + \frac{1}{7} \cdot \sqrt{0,0196}$

b) $8 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}} - 12$

c) $\sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2})$

d) $(-\sqrt{3})(-\sqrt{3})$

e) $\sqrt{a^2 - b^2}$ pro $a = 6,5$, $b = -2,5$

24. Určete délku strany čtvercového území, které má stejnou rozlohu jako Česká republika, tj. asi 78 864 km². (výsledek zaokrouhlete na celé kilometry)

25. Původní školní hřiště mělo tvar čtverce se stranou dlouhou 22 m. Po zvětšení o 141 m² mělo opět tvar čtverce. Kolik obrubníků s délkou 0,5 m se spotřebovalo na jeho ohraničení? Mezery mezi obrubníky neberte v úvahu)

26. Stěna velké krychle má obsah 80 dm². O malé krychli víme, že se její povrch rovná 80% povrchu krychle. Určete délku hrany malé krychle.

27. Pan Novák se rozhodl, že na čtvercovém pozemku s výměrou 81 arů vybuduje sad. Kolik metrů drátěného pletiva spotřebuje na jeho oplocení, jestliže vrata a dvířka s celkovou délkou 8 metrů vyrobí z jiného materiálu?

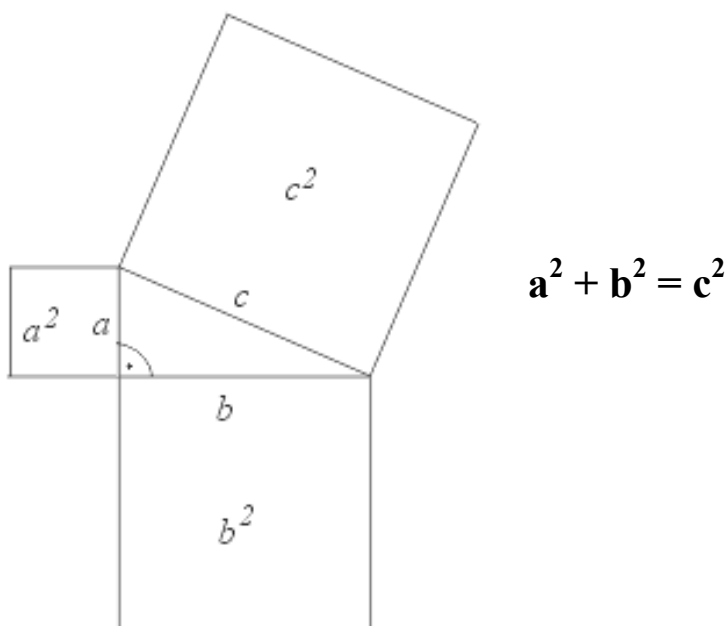
Výsledky souhrnných cvičení: Druhá mocnina, druhá odmocnina

- a) 144 b) 39,69 c) 81 d) 1 e) 9 f) 25 g) 256 h) 576 i) 24649 j) 866761 k) 202500 l) 137641
- a) 14 b) -4 c) 64 d) 4 e) 22 f) 14 g) 45 h) 75 i) 225
- a) 400 b) 676000000 c) 7921000000 d) 384400000000 e) 313600 f) 774400 g) 53290000 h) 82628100 i) 1296000000
- a) 0,64 b) 0,0121 c) 1,96 d) 0,0081 e) 0,1225 f) 0,001521 g) 6084 h) 6037,29 i) 2052,09 j) 0,208849 k) 0,017161 l) 161,29
- a) 2,1316 b) 53361 c) 57,3049 d) 2106810000 e) 1689,21 f) 88360000 g) 400 h) 0,00004761
- a) 9,248 b) 56543,75 c) 43056,25 d) 57567,5 e) 37364,89 f) 15475,36 g) 1901,61 h) 5354,81 i) -2975,89
- a) $\frac{9}{25}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{529}{225}$ d) $\frac{64}{121}$ e) $\frac{225}{289}$ f) $\frac{1936}{361}$
- a) 900 b) 450 c) 60 d) 180 e) 150 f) 900 g) 180 h) 450 i) 8100
- a) $2a^2$ b) $\frac{3}{2}a^2$ b) KLMN o $\frac{1}{2}a^2$ c) 8 cm², 6 cm²

- | | | |
|---|---|----------|
| 10. 26,24 m | 12. 5m | 15. 125% |
| 11. 1200 m | 13. 4096 hl | |
| | 14. 25% | |
| 16. a) 4,12 b) 14,35 c) 21,40 d) 98 e) 246,6 f) 225,4 g) 2,498 h) 3,059 i) 0,1691 j) 0,854 k) 2,683 | | |
| 17. a) 12 b) 40 c) 10,39 d) 9 e) 30 f) 11,31 g) 15 h) 110 i) 2,83 | 18. a) 1,7; 2,7; 3,3 b) 700; 400; 100 c) 2,50; 9,11; 2,28 | |
| 19. a) 48 b) 2 c) 14 d) 1,33 e) 10 | 20. a) 8 b) 4 c) -0,4 d) 51 e) 0,316 f) -9,21 g) 6 h) 15 | |
| 21. a) 5 b) 7 c) 5,83 d) 20 e) -4 f) 30 g) 2,1 h) 3 i) 6,88 j) 1,2 k) 30 l) 10 | 23. a) 0,42 b) -2 c) -2 d) 3 e) 6 | |
| 22. a) 1,5 b) 0,1 c) 5/7 d) 5/4 e) 4/9 f) 3/5 g) 1/2 h) 5 i) 56,25 j) 40 k) 2 l) 7/9 | | |
| 24. 281 km | 26. 8 dm | |
| 25. 199 protože první a poslední jsou jeden | 27. 352 m | |

2. Pythagorova věta

- Platí jen v **pravoúhlém** trojúhelníku
- Součet druhých mocnin obsahů čtverců nad **odvěsnami** pravoúhlého trojúhelníku se rovná obsahu čtverce nad **přeponou**:

**Příklad:**a) ΔABC : $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm. Je tento trojúhelník pravoúhlý?Aby byl pravoúhlý, musí platit Pythagorova věta: $a^2 + b^2 = c^2$, tedy

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$9 + 16 = 25$$

$$25 = 25$$

 ΔABC je pravoúhlý, protože platí Pythagorova věta.b) ΔABC : $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 7$ cm. Je tento trojúhelník pravoúhlý?Aby byl pravoúhlý, musí platit Pythagorova věta: $a^2 + b^2 = c^2$, tedy

$$3^2 + 4^2 = 7^2$$

$$9 + 16 = 49$$

$$25 \neq 49$$

 ΔABC není pravoúhlý, protože neplatí Pythagorova věta.**Příklad:**a) V pravoúhlém ΔABC vypočítej přeponu c , jsou-li délky odvěsen $a = 5$ cm, $b = 12$ cm.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5^2 + 12^2 = c^2$$

$$25 + 144 = c^2$$

$$169 = c^2$$

$$c = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

Přepona měří 13 cm.

b) V pravoúhlém ΔABC vypočítej délku odvěsny a , jsou-li délky odvěsny $b = 8$ cm apřepony $c = 10$ cm.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 = 10^2 - 8^2$$

$$a^2 = 36$$

$$a = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

Odvěsna měří 6 cm.

Souhrnná cvičení: Pythagorova věta:

- Rozhodni, zda trojúhelník se stranami
 - 85 mm, 132 mm, 157 mm je pravoúhlý
 - 8,5 m, 13 m, 15,1 m je pravoúhlý
 - 9,5 cm, 16,8 cm, 19,3 cm je pravoúhlý
 - 7 cm, 24 cm, 25 cm je pravoúhlý
 - 280 cm, 290 cm, 450 cm je pravoúhlý
- Vypočti délku přepony pravoúhlého trojúhelníku, jsou-li jeho
 - odvěsny $a=8$ cm, $b=1,5$ dm
 - odvěsny $a=5$ cm, $b=1,2$ dm
 - odvěsny $a=215$ mm, $b=32$ cm
- Vypočítej délku přepony pravoúhlého trojúhelníku, je-li dána délka odvěsen
 - $a=3$ m, $b=4$ m
 - $a=50$ m, $b=23$ m
 - $a=57$ m, $b=111$ m
 - $a=2,25$ m, $b=7,5$ m
- Jak dlouhá je úhlopříčka obdélníku, který má délky stran:
 - $a=1,3$ dm, $b=37$ cm
 - $a=125$ dm, $b=27,5$ m
 - $a=4$ cm, $b=7,5$ cm
- Vypočítej délku druhé odvěsny pravoúhlém trojúhelníku jestliže:
 - přepona má délku $c=17$ cm a odvěsna $a=15$ cm
 - přepona má délku $c=0,2$ m a odvěsna $a=16$ cm
 - přepona má délku $c=0,38$ m a odvěsna $a=26,8$ cm
- Vypočítej obsah rovnoramenného trojúhelníku KLM, který má:
 - rameno $k=28,5$ cm a výšku na základnu $v=13$ cm
 - rameno $k=10$ dm a základnu $v=12$ dm
 - základnu $m=62$ mm a výšku na základnu 87 mm
- Vypočti délku odvěsny pravoúhlého trojúhelníku, je-li dána přepona c a odvěsna a :

$c=5$ cm, $a=3$ cm $c=73$ cm, $a=24$ cm	$c=5,25$ cm, $a=1,5$ cm $c=3,52$ cm, $a=1,12$ cm
--	---
- Kosočtverec ABCD má úhlopříčky $e=48$ cm, $f=20$ cm. Vypočítej délku strany kosočtverce.
- Jakou velikost má tětiva kružnice $k(S; r=6$ cm), je-li vzdálena od S 3 cm?
- Rovnoramenný trojúhelník má základnu dlouhou 16 cm, jeho rameno je o 1 cm delší než základna. Vypočítejte obsah tohoto trojúhelníku.
- V trojúhelníku ABC je $b=3$ cm, $c=2,5$ cm, $v_a=2,4$ cm. Vypočítej délku strany a .
- Je dán rovnoběžník s délkami úhlopříček 10 cm a 24 cm, a jedna jeho strana je dlouhá 130 mm. Urči, zda rovnoběžník je kosočtverec.
- A, B , jsou dva různé body kružnice $k(S; 7,5$ cm) a jsou spojeny úsečkou $AB=9$ cm. Vypočítej vzdálenost středu S kružnice k od středu S' úsečky AB . Načrtni obrázek.
- Základny pravoúhlého lichoběžníku ABCD s pravým úhlem při vrcholu A mají délku 92 cm a 76 cm, jeho výška se rovná 63 cm. Vypočítej délku ramene b .
- Urči délku ramene r a výšku v_t rovnoramenného trojúhelníku RST, jestliže strana RS je průměrem kružnice $k(T'; 4$ cm), kde T' je středem strany RS , a zároveň platí, že vrchol T leží na kružnici k .

16. Žebřík dlouhý 6 m je opřen o zeď. Jeho dolní konec je od zdi vzdálen 1,3 m. V jaké výšce se žebřík dotýká zdi?
17. Vypočítej délku kanalizačního potrubí, které ve směru úhlopříčky spojuje dva rohy obdélníkového nádvoří s rozměry 45 m a 26 m.
18. Rovnoramenný lichoběžník má základny dlouhé 12 cm a 45 mm. Rameno lichoběžníku má délku 65 mm. Vypočítej výšku, úhlopříčku, obsah a obvod lichoběžníku.
19. Body A, B, C označují tři města. Město A leží 30 km severně od města B a 50 km západně od města C. Stanov vzdálenost mezi městy B, C.
20. Ocelový komín vysoký 27 m je ve dvou třetinách své výšky upoután čtyřmi stejně dlouhými ocelovými lany, jejichž konce jsou upevněny ve vzdálenosti 13 m od paty komína. Kolik metrů lana je třeba na upoutání komína, jestliže zakotvení si vyžádalo navíc 5 % jeho délky.
21. Kolmo rostoucí topol nalomil vítr ve výšce 6 m nad zemí. Vrchol dopadl na zem ve vzdálenosti 8 m od paty topolu. Urči původní výšku topolu.
22. Řemeslník má truhlu o rozměrech 2 m, 1 m, 1 m. Jakou největší délku je možno do truhly uložit, aby se truhla dala zaklopit víkem?
23. Pozemek má tvar pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami 45 m a 28 m. Kdyby byla parcela čtvercová se stejnou výměrou, tak by plot kolem ní byl aspoň o 25 m kratší než okolo trojúhelníkové parcely. Je to pravda?
24. Ve vzdálenosti 12 km od přímé trati je pozorovatel, který vidí vše do okruhu 20 km. Jak dlouhou část trati vidí?
25. V jaké výšce se nachází nejvyšší bod známé šikmé věže v Pise, je-li její pobočná stěna dlouhá 55 m a náklon je 5 metrů (měřeno od paty věže).
26. Vlajkový stožár se má upevnit čtyřmi lany zachycenými ve výši 1,2 m a zakotvenými 0,5 m od paty stožáru. Kolik metrů lana potřebujeme. Počítej s 7 % délky navíc.
27. Jahody jsou vysázeny v trojúhelníkovém sponu tak, že vzdálenost každých dvou sousedních sazenic je 45 cm. Jak daleko jsou od sebe jednotlivé řady?
28. Papírový drak je upoután na motouzu dlouhém 50 m a vznáší se přímo nad místem M. Místo M je vzdáleno 15 m od stanoviště, kde je drak upoután. Jak vysoko je drak nad vodorovným terénem?
29. Věž děkanského chrámu v Ústí nad Labem je odchýlena od původní svislé osy o 220 cm. Její původní výška byla 48 m. Jak vysoko se nyní nachází nejvyšší bod?
30. Urči přímou vzdálenost aut po hodině jízdy od křižovatky dvou na sebe kolmých silnic, jestliže jela rychlostmi 90 km/h a 80 km/h, každé po jiné silnici.
31. Vypočti délky stěnových a tělesových úhlopříček krychle s hranou délky $a=6$ cm.
32. Na tyč čtvercového průřezu o straně $a = 57$ mm se má navléci válcové pouzdro. Vypočítejte jeho vnitřní průměr.
33. Šroub je namáhán ve dvou navzájem kolmých rovinách silami $F_1=350$ N a $F_2=250$ N. Vypočítejte výslednici těchto sil.
34. Příčný řez odvodňovacím kanálem má tvar rovnoramenného lichoběžníku, jehož základny mají délku 1,8 m a 0,9 m a ramena 0,6 m. Jak je kanál hluboký?
35. Sto metrů dlouhý měděný kabel tvaru válce, má bez izolace průměr 10 mm. Vypočítej objem a hmotnost mědi, víte-li, že 1 m^3 mědi má hmotnost 8930 kg.
36. Z kmene stromu je vytesán trám obdélníkového průřezu o rozměrech 50 mm a 120 mm. Jaký nejmenší průměr musel mít kmen?
37. Vypočítejte povrch a objem krychle, má-li její:
 - a) stěnová úhlopříčka délku 98 cm
 - b) tělesová úhlopříčka délku 100 cm.
38. Vypočítej poloměr kružnice opsané obdélníku o rozměrech 6,5 cm a 2,8 cm. Vypočítej obvod a obsah obdélníku, a kružnice
39. V pravoúhlém trojúhelníku ABC je dána odvěsna $a = 3,6$ dm a obsah $S = 543 \text{ cm}^2$. Vypočítej velikost odvěsny b a těžnice t_b .

40. Rameno rovnoramenného lichoběžníku ABCD ($AB \parallel CD$) má délku 41 cm, střední příčka $EF=45$ cm, výška se rovná 40 cm. Vypočítej délku obou základů.
41. Vypočítej délky stran rovnoramenného trojúhelníka, má-li jeho výška na základnu velikost 25 cm a poměr velikosti základny k velikosti ramena je 6:5.
42. Sestroj pravoúhlý trojúhelník MNO s odvěsnami $NO=m=6$ cm, $MN=o=4,5$ cm. Narýsuj všechny jeho těžnice a vypočti jejich délky.
43. Z kmenů borovic byly vyřezány trámy, které měly na příčném řezu tvar čtverce se stranou dlouhou 17 cm. Jaké nejmenší průměry musely mít kmeny borovic?

Výsledky souhrnných cvičení :Pythagorova věta:

- | | |
|---|--|
| 1. a)ano, b)ne, c)ano, d)ano, e)ne | 19. 58,3 km |
| 2. a) 17 cm, b) 13 cm, c) 38,55 cm | 20. 93,3 m |
| 3. a) 5 m, b) 55 m, c) 124,8 m, d) 7,83 m | 21. 16 m |
| 4. a) 39,22 cm, b) asi 1288 cm, c) 8,5 cm | 22. 2,45 m |
| 5. a) 8 cm b) 12 m, c) 26,9 cm | 23. ano |
| 6. a) $329,7 \text{ cm}^2$, b) 48 dm^2 c) 2697 mm^2 | 24. 32 km |
| 7. a) 4 cm, b) 68,942 cm, c) 5,03 cm, d) 3,34 cm | 25. 54,77 m |
| 8. 26 cm | 26. 5,564 m |
| 9. asi 10,4 cm | 27. 39 cm |
| 10. 120 cm^2 | 28. 47,7 m |
| 11. 2,5 cm | 29. 47,95 m |
| 12. je kosočtverec | 30. 120,4 km |
| 13. 6 cm | 31. 8,48 cm; 10,4 cm |
| 14. 65 cm | 32. 80,6 mm |
| 15. 5,7 cm; 4 cm | 33. 430 N |
| 16. 5,86 m | 34. asi 0,4 m |
| 17. 52 m | 35. asi $0,0785 \text{ m}^3$, asi 70 kg |
| 18. 53 mm, 98,1 mm, $4 \text{ } 372,5 \text{ mm}^2$, 295 mm | 36. 130 mm |
| 37. a) $S = 28 \text{ } 812 \text{ cm}^2$, $V = 332 \text{ } 762 \text{ cm}^3$ b) $S = 20000 \text{ cm}^2$, $V = 192450 \text{ cm}^3$ | |
| 38. $r = 3,54 \text{ cm}$, $S = 18,2 \text{ cm}^2$, $o = 18,6 \text{ cm}$ $S = 38,465 \text{ cm}^2$ $o = 22,1998 \text{ cm}$ | |
| 39. $b = 30,2 \text{ cm}$, $t_b = 39 \text{ cm}$ | 42. 5,4 cm; 3,75 cm ; 6,4 cm |
| 40. 54 cm; 36 cm | 43. 24 cm |
| 41. 37,5 cm, 31,25 cm | |

3.Mocniny a početní operace s mocninami

Zápis a názvy, mocnina záporného čísla, mocnina součinu, mocnina s mocnitelem nula, mocnina zlomku, mocnina se záporným mocnitelem, sčítání a odčítání mocnin, násobení mocnin, dělení mocnin, umocňování mocnin, zápis čísel v desítkové soustavě pomocí mocnin deseti, zápis čísel v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$.

3.1 Zápis a názvy

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n \quad \dots \dots \dots n - \text{tá mocnina}$$

a ... základ mocniny, $a \in R$
 n ... mocnitel, $n \in N$

Příklad: $x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$
 $c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c = c^7$

3.2 Mocnina záporného čísla

- Sudá mocnina záporného čísla je kladná.
- lichá mocnina záporného čísla je záporná (vycházíme ze znalosti násobení celých čísel)

Příklad: $(-s)^2 = (-s) \cdot (-s) = s \cdot s = s^2$
 $(-w)^3 = (-w) \cdot (-w) \cdot (-w) = -(w \cdot w \cdot w) = -w^3$
 $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$
 $-(-5)^2 = -(-5) \cdot (-5) = -25$

- **POZOR!**
 $-2^2 = -(2 \cdot 2) = -4$ ale $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$

Cvičení 1. Vypočítej:

a) -3^2

c) -4^2

e) $(-a)^2$

b) $(-5)^3$

d) $-(-m)^2$

f) $-(-2)$

3.3 Mocnina součinu

- mocnina součinu se rovná součinu mocnin $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Příklad: $(abc)^3 = a^3 b^3 c^3$
 $(4xyz)^2 = 4^2 x^2 y^2 z^2 = 16x^2 y^2 z^2$

Cvičení 2. Vypočítej:

a) $(4k)^2$

d) $(0,2xyz)^2$

b) $(-14ab)^2$

e) $-(40rs)^3$

c) $(-9gh)^3$

f) $-(-84pqr)^2$

3.4 Mocnina zlomku

- mocnina zlomku se rovná mocnině čitatele lomené mocninou jmenovatele $\left[\frac{a}{b}\right]^n = \frac{a^n}{b^n} \quad b \neq 0$

Příklad: $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$
 $\left[\frac{3uv}{2ab}\right]^3 = \frac{3^3 u^3 v^3}{2^3 a^3 b^3} = \frac{27u^3 v^3}{8a^3 b^3}; a \neq 0, b \neq 0$

Cvičení 3. Vypočítej

a) $\left(\frac{12k}{5}\right)^2 =$

c) $\left(-\frac{13w}{15}\right)^2 =$

b) $\left(\frac{1}{6m}\right)^3 =$

d) $\left(-\frac{4p}{7}\right)^3 =$

3.5 Mocnina s mocnitelem nula

- každé nenulové číslo umocněné nulou se rovná 1 $a^0 = 1$

Příklad: $17^0 = 1$
 $(5kl)^0 = 1$

3.6 Mocnina se záporným mocnitelem

- každé nenulové číslo umocněné záporným mocnitelem se rovná zlomku, kde číselník je číslo 1 a jmenovatel mocnina s mocnitelem kladným

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0$$

Příklad: $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
 $m^{-6} = \frac{1}{m^6}; m \neq 0$
 $\left(\frac{3m}{4n}\right)^{-3} = \frac{(4n)^3}{(3m)^3} = \frac{64n^3}{27m^3}; m \neq 0; n \neq 0$

Cvičení 4. Vypočítej:

a) 5^{-2}

b) 7^{-2}

c) $(-6)^{-1}$

d) $(-0,1)^{-2}$

e) $-0,1^{-2}$

f) $1,2^{-2}$

3.7 Sčítání a odčítání mocnin

- sčítat a odčítat lze pouze mocniny se stejným základem a stejným mocnitelem.

Příklad: Vypočítej:

$$x^2 + 3x^2 - 2x^2 = (1 + 3 - 2)x^2 = 2x^2$$

$$a^3 + 2b^3 = a^3 + 2b^3 \dots \text{nelze sčítat}$$

$$x^3 - x^6 = x^3 - x^6 \dots \text{nelze odčítat}$$

$$x^2 + 3x^2 - 2x^2 = (1 + 3 - 2)x^2 = 2x^2$$

$$y^3 + 5y^3 - 7y^3 = (1 + 5 - 7)y^3 = -y^3$$

$$a^3 + 2a^5 = \text{Nelze sčítat (stejný základ, ale různé mocnitéle)}$$

$$2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^2 = (2 + 5) \cdot 3^2 = 7 \cdot 3^2 = 7 \cdot 9 = 63$$

$$4 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6^2 - 5 \cdot 6^2 = (4 + 3 - 5) \cdot 6^2 = 2 \cdot 6^2 = 2 \cdot 36 = 72$$

$$\frac{3}{5} \cdot 2^4 - \frac{1}{4} \cdot 2^4 = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) \cdot 2^4 = \left(\frac{12-5}{20}\right) \cdot 2^4 = \frac{7}{20} \cdot 16 = \frac{7 \cdot 4}{5} = \frac{28}{5} = 5 \frac{3}{5}$$

$$7 \cdot 0,4^3 - 4 \cdot 0,4^3 = 3 \cdot 0,4^3 = 3 \cdot 0,064 = 0,192$$

$$2 \cdot 5^4 + 6 \cdot 5^4 = 8 \cdot 5^4$$

$$8 \cdot 4^4 - 2 \cdot 4^4 = 6 \cdot 4^4$$

$$7a^3 + 5a^3 = 12a^3$$

$$7a^8 - 3a^8 = 4a^8$$

$$5a^3 + 4a^2 - 5a + 6 - 8a^3 + 5a^2 - 4a - 7 = -3a^3 + 9a^2 - 9a - 1$$

$$7x^2y^3 - 2x^3y^2 + 3x^2y^3 = 10x^2y^3 - 2x^3y^2$$

$$9x^3(x-3)^4 + 5(x-3)^4 - 2x^3(x-3)^4 = 7x^3(x-3)^4 + 5(x-3)^4$$

$$3x^{-2} + 4x^2 - 5x^{-2} - 6x^2 + x^{-2} = -2x^2 - x^{-2} \quad \text{správně je také} \quad -2x^2 - \frac{1}{x^2} \quad x \geq 0$$

Cvičení 5. Vypočítej:

a) $4v^3 + 3v^3 + v^3 =$

b) $z^4 + 5z^4 =$

c) $-3n^4 + 5n^4 =$

d) $8k^6 - 4k^6 + k^6 =$

e) $4v^8 + 35v^8 - 68v^8 =$

f) $54g^3 + 3g^3 - 12g^3 =$

Cvičení 6. Vypočítej:

a) $4 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5^2 + 8 \cdot 5^2 =$

b) $0,8 \cdot 2^3 - 1,2 \cdot 2^3 + 3,8 \cdot 2^3 =$

c) $(9 \cdot 4^4 - 5 \cdot 4^4) - (5 \cdot 4^4 - 2 \cdot 4^4) =$

d) $7^2 - (5 \cdot 7^2 - 2 \cdot 7^2 - 3 \cdot 7^2) =$

Cvičení 7. Vypočítej:

a) $-3^2 - (-2)^2 =$

b) $(-7)^2 \cdot 10^2 \cdot (-3)^2 =$

c) $(-5)^2 \cdot (-2)^2 =$

d) $(-2)^2 \cdot (-5)^2 \cdot (-4)^2 =$

Cvičení 8. Vypočítej :

a) $(5^2 - 4^2)$

b) $5^2 - 4^2$

c) $(5-4)^2$

d) $5 \cdot 4^2$

e) $(4 \cdot 5)^2$

f) $(5 \cdot 4)^2$

3.8 Násobení mocnin

- násobit lze pouze mocniny se stejným základem.
- mocnitele sčítáme $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

Příklad:

$n^2 \cdot n^4 \cdot n^3 = n^{2+4+3} = n^9$

$2z^3 \cdot 6z^6 = 12z^9$

$u^2 \cdot u^7 \cdot u^{-5} = u^{2+7-5} = u^4$

$4x^2b^3 \cdot (-2x^3b^4) = -8x^5b^7$

$3x^7 \cdot (-4x^{-3}) \cdot 2x = -12x^5$

$2x^3(a+b)^4 \cdot 0,5x^2(a+b)^{-5} = x^5 \cdot (a+b)^{-1} \quad a \neq -b$

$4x(a+b)^5 \cdot (a-b)^5 = \text{nemá řešení}$

Cvičení 9. Vypočítej a výsledek ponech ve tvaru mocnin

a) $5j \cdot (-2j^2) =$

b) $(-3a^9) \cdot 8a^6 =$

c) $(-p^4) \cdot (-3p^5) =$

d) $4kl^2 \cdot (-k^2l) =$

e) $w \cdot 3w^9 \cdot 4w^6 =$

f) $-18c \cdot (-1c^8) \cdot 2 =$

3.9 Dělení mocnin

- Dělit lze pouze mocniny se stejným základem různým od nuly.
- Mocnitele odčítáme.

$$a^r : a^s = \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}; a \neq 0$$

Příklad:

$r^8 : r^5 = r^{8-5} = r^3$

$r \neq 0$

$v^3 : v^7 = v^{3-7} = v^{-4} = \frac{1}{v^4} \quad v \neq 0$

$2x^3(a+b)^4 : 0,5x^2(a+b)^{-5} = 4a \cdot (a+b)^9 \quad x \neq 0, a \neq b$

$\frac{y^6}{y^4} = \frac{y^{6-4}}{1} = y^2 \quad y \neq 0$

$$\frac{x^3}{x^5} = x^{3-5} = x^{-2} = \frac{1}{x^2} \quad x \neq 0$$

$$\frac{x^5}{x^3} = x^{5-3} = x^2 \quad x \neq 0$$

Cvičení 10. Vypočítej:

- a) $36a^5 : 4a^3 (a \neq 0)$
 b) $42k^7 : (-7k^6) (k \neq 0)$
 c) $m^{11} : m^9 (m \neq 0)$
 d) $k^5 x^3 : k^2 x^3 (k; x \neq 0)$
 e) $10p^8 : 2p^7 (p \neq 0)$
 f) $13s^9 : 27s^6 (s \neq 0)$
 g) $(5r-3)^4 : (5r-3)^2 (r \neq 0,6)$
 h) $(25-2x)^6 : (25-2x)^4 (x \neq 12,5)$

3.10 Umocňování mocnin

- mocninu umocníme tak, že základ opíšeme a mocnitele mezi sebou vynásobíme

$$(ar)^s = ar^s$$

Příklad: $(z^3)^5 = z^{3 \cdot 5} = z^{15}$

$$(t^4)^{-3} = t^{4 \cdot (-3)} = t^{-12} = \frac{1}{t^{12}} \quad \text{pro } t \neq 0$$

$$(2p^3)^2 = 2^2 p^{3 \cdot 2} = 4p^6$$

$$2 \cdot (p^3)^2 = 2p^{3 \cdot 2} = 2p^6$$

$$(3a^2)^4 = 3^4 a^{2 \cdot 4} = 81a^8$$

$$(-0,1x^2y^{-3})^3 = -0,001x^6y^{-9}$$

$$(-10x^2y^{-3})^4 = 10\,000x^8y^{-12}$$

$$[(10^2)^3]^4 = 10^{24}$$

Cvičení 11. Vypočítej:

a) $\left(\frac{1}{x+1}\right)^5 ; (x \neq -1)$

b) $\left(\frac{x}{y-1}\right)^6 ; (y \neq 1)$

c) $\left(\frac{x-1}{y+1}\right)^3 ; (y \neq -1)$

3.11 Zápis čísel v desítkové soustavě pomocí mocnin deseti

$$1 = 10^0$$

$$2 = 2 \cdot 10^0$$

$$10 = 10^1$$

$$100 = 10^2$$

$$1000 = 10^3$$

$$10\,000 = 10^4$$

$$100\,000 = 10^5$$

$$1\,000\,000 = 10^6$$

Příklad:

Napiš čísla v desítkové soustavě pomocí mocnin 10^n : 2 756 23 456,789 200 003

$$2\,756 = 2 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 = 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6$$

$$23\,456,789 = 2 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 + 7 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,01 + 9 \cdot 0,001 = 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6 + 7 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3}$$

3.12 Zápis čísel v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$

Příklad: Zapiš uvedená čísla v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$:

$$\begin{array}{cccc} 54\,234 & 123\,456,789 & 0,45 & 0,0023 \end{array}$$

$$54\,234 = 5,4234 \cdot 10^4$$

$$123\,456,789 = 1,23456789 \cdot 10^5$$

$$0,45 = 4,5 \cdot 10^{-1}$$

$$0,0023 = 2,3 \cdot 10^{-3}$$

Cvičení 12. Zapiš uvedená čísla v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$:

a) 457 668

c) 0,0568

e) 0,6987

b) 0,0036

d) 12,2258

f) 0,001250035

Výsledky Cvičení:

1. a) -9b) -125 c) -16 d) $-m^2$ e) a^2 f) 8

2. a) $16k^2$ b) $196a^2b^2$ c) $81g^3h^3$ d) $0,04x^2y^2z^2$ e) $-64000r^3s^3$ f) $-7056p^2q^2r^2$

3. a) $5\frac{19}{25}k^2$ b) $\frac{1}{216m^3}$ c) $\frac{169w^2}{225}$ d) $-\frac{64p^2}{343}$

4. a) $\frac{1}{25}$ b) $\frac{1}{49}$ c) $-\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{0,1^2} = 100$ e) $-\frac{1}{0,01} = -100$ f) $\frac{25}{36}$

5. a) $8v^3$ b) $6z^4$ c) $2n^4$ d) $5k^6$ e) $-29v^8$ f) $45g^3$

6. a) 250 b) 27,2 c) 256 d) 49

7. a) -13 b) 44100 c) 100 d) 1600

8. a) 9 b) 9 c) 1 d) 80 e) 400 f) 400

9. a) $-10j^3$ b) $-24a^{15}$ c) $3p^9$ d) $4k^3l^3$ e) $12w^{16}$ f) $36c^9$

10. a) $9a^2$ b) $-6k$ c) m^2 d) k^3 e) $5p$ f) $\frac{13}{27}s^3$ g) $(5r-3)^2$ h) $(25-2x)^2$

11. a) $\frac{1}{(x+1)^5}$ b) $\frac{x^6}{(y-1)^6}$ c) $\frac{(x-1)^3}{(y+1)^3}$

12. a) $4,57\,668 \cdot 10^5$ b) $3,6 \cdot 10^{-3}$ c) $5,68 \cdot 10^{-2}$ d) $1,2258 \cdot 10^1$ e) $6,987 \cdot 10^{-1}$ f) $1,250035 \cdot 10^{-3}$

Souhrnná cvičení: Mocniny s přirozeným mocnitelem

1. Vypočítej:

a) $0,2b^4 + 2,8b^4 + 3b^4 =$

b) $4x^3 + 7x^3 + 2x^3 =$

c) $3x^2 + 6x^2 - 4x^2 =$

d) $-7ab^2 + 4ab^2 - 3ab^2 =$

e) $2a^2 + 3a^2b + 4,5a^2b =$

f) $30ab + 2ab^2 - 15ab^2 - 5ab =$

g) $5x^2 + 2x^2 + 3x^2 + 4y^3 =$

h) $-x^2y^3 + x^3y^2 + 2x^2y^3 - 3x^3y^2 =$

2. Vypočítej:

a) $369w^5 - 321w^5 - 13w^5 =$

b) $5v^3 + 7v^3 - 4v^3 - 5v^3 =$

c) $2a^4 + a^4 - 5a^4 + 3a^4 =$

d) $3x^3 - 4x^3 + 2x^3 =$

e) $2,56m + 3,55m - 1,12m =$

f) $8d^3 - 4d^3 + 5d^3 =$

3. Vypočítej:

a) $3r^3 + 5s^4 - r^3 + 5s^4 =$

b) $2a^2 + 6a^3 - a^2 + 4a^3 =$

c) $0,5 \cdot (2a^3 - 3b^2 + 4b^2 - a^3) =$

d) $2a^3 + 5x^4 - 4a^3 - x^4 + 4a^3 =$

e) $12 - 5f + 6 - 4f^2 + f^2 - 15f + 3f^2 =$

f) $4 \cdot \left(\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x^2 \right) =$

4. Dokaž, že platí:

- a) $2^2 \cdot 5^2 = 8^2 + 6^2$
 b) $37 = 3^2 + 7^2 - 3 \cdot 7$
 c) $10^2 - 4^2 = 2^2 + 4^2 + 8^2$

- d) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2 = 17^2 - 2^2$
 e) $2^2 + 6^2 + 9^2 = 11^2$

5. Vypočítej:

- a) $6a^3 + 5a^2b - b^3 + 7b^3 - 5a^3 - 5a^2b =$
 b) $3,4a^2 + 5,6a^3 - 0,7a^3 - 0,8a^2 =$

- c) $9k^2 - 4k - 5k^2 + 7k - 5k^2 - 4k^2 =$
 d) $6,2y^3 - (+2y^2) - (-6y) - (+y) + y^2 - 6y^3 =$

6. Vypočítej:

- a) $2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^2 =$
 b) $4 \cdot 6^2 - 2 \cdot 6^2 =$
 c) $8 \cdot 9^2 + 2 \cdot 9^2 + 3 \cdot 9^2 =$
 d) $7 \cdot 0,4^3 - 4 \cdot 0,4^3 =$

- e) $\frac{3}{5} \cdot 2^4 - \frac{1}{4} \cdot 2^4 =$
 f) $0,4 \cdot 7^2 + \frac{3}{4} \cdot 7^2 + \frac{1}{2} \cdot 7^2 =$

7. Vypočítej:

- a) $(-10)^2 \cdot (-1)^2 \cdot 3^2 =$
 b) $0^2 - 1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 =$

- c) $(-7)^2 - (-3)^2 - 5^2 =$
 d) $102 - (-8)^2 + (-4)^2 =$

8. Vypočítej

- a) $5 + 2 \cdot 3^2$
 b) $(5 + 2) \cdot 3^2$
 c) $((5 + 2) \cdot 3)^2$

- d) $(5 + 2 \cdot 3)^2$
 e) $5^2 \cdot 6 \cdot 7$
 f) $(5 \cdot 6 \cdot 7)^2$

- g) $(5 \cdot 6)^2 \cdot 7$
 h) $5 \cdot 6^2 \cdot 7$

9. Vypočítej

- a) $6u \cdot (-3u^2) =$
 b) $4uv^2 \cdot (-u^2v) =$

- c) $(-3a^2) \cdot 7a^5 =$
 d) $(-r^3) \cdot (-6r^2) =$

- e) $s \cdot 3s^4 \cdot 4s^3 =$
 f) $8f \cdot (-2f^2) \cdot 3 =$

10. Vypočítej:

- a) $6 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^4 =$
 b) $3 \cdot 2^4 \cdot 5 \cdot 2^2 =$
 c) $4 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^2 =$

- d) $7 \cdot 3^3 \cdot 9 \cdot 3^2 =$
 e) $2,4 \cdot 5^2 \cdot 4 \cdot 5^4 =$
 f) $4 \cdot 7^3 \cdot 3 \cdot 7^5 =$

- g) $2,8 \cdot 11^4 \cdot 6 \cdot 11^3 =$
 h) $3 \cdot 8^4 \cdot 11 \cdot 8^5 =$

11. Vypočítej:

- a) $2^3 \cdot 2^4 =$
 b) $(-4)^3 \cdot (-4)^5 =$
 c) $3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4 =$
 d) $5 \cdot 5^2 \cdot 5^5 =$

- e) $a^5 \cdot a^2 \cdot a \cdot a =$
 f) $\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^4 =$

12. Vypočítej:

- a) $\left(-\frac{16f}{3a}\right)^2 =$
 b) $\left(-\frac{25x}{21y}\right)^2 =$

- c) $-\left(-\frac{87s}{31t}\right)^2 =$

- d) $\left(-\frac{17u}{18v}\right)^2 =$

13. Vypočítej:

- a) $\left(\frac{3x^3}{y^2z}\right)^2 =$

- b) $\left(-x^2 \cdot \frac{2}{y^3}\right)^3 =$

- c) $0,6u^5v^3 \cdot 1,2u^4v^2$

$$d) \left(-\frac{2y^3}{xz^2} \right)^3 =$$

$$e) \left(\frac{2}{a^3} \cdot b^2 \right)^2 =$$

$$f) 0,3x^6y^3 \cdot 1,5x^5y^2 =$$

14. Vypočítej:

$$a) 10x^5 : 2x^2 (x \neq 0)$$

$$b) 11y^7 : 3y^6 (y \neq 0)$$

$$c) m^5 : m^2 (m \neq 0)$$

$$d) n^3 : n^3 (n \neq 0)$$

$$e) 6p^6 : 7p^2 (p \neq 0)$$

$$f) 19n^7 : 5n^6 (n \neq 0)$$

$$g) (2a - 5)^4 : (2a - 5)^2 (a \neq 2,5)$$

$$h) (14 - 2x)^5 : (14 - 2x)^2 (x \neq 2)$$

15. Vypočítej:

$$a) (15 \cdot 8^7) : (5 \cdot 8^2)$$

$$b) (1,2 \cdot 10^3 \cdot x^5) : (0,4 \cdot 10^2 \cdot x^2) (x \neq 0)$$

16. Vypočítej:

$$a) \left[\frac{(x-1)^2}{3} \right]^3 =$$

$$b) \left(\frac{x^2}{y+1} \right)^3 =$$

$$c) \left[\frac{(x-1)^2}{(y+1)^3} \right]^4 =$$

17. Vypočítej:

$$a) k^3 : k^5 (k \neq 0)$$

$$b) 13c^2 : 2c^5 (c \neq 0)$$

$$c) [a^2(3b-1)]^3$$

$$d) [2b \cdot 3 \cdot (a^2)^3]^2$$

$$e) [(3a^3)^2 \cdot (2b-1)]^p$$

$$f) [(a+1)^2 \cdot (b-2)]^p$$

18. Vypočítej:

$$a) 4^2 : 4^4 =$$

$$b) 5^6 : 5^6 =$$

$$c) 2,5^5 : 2,5^7 =$$

$$d) a^3 : a^{12}; a \neq 0$$

19. Vypočítej:

$$a) 10^{-2}$$

$$b) 4^{-2}$$

$$c) 5^{-1}$$

$$d) 3^{-4}$$

$$e) (-3)^{-4}$$

$$f) (-2)^{-5}$$

$$g) 0,6^{-2}$$

$$h) 25^{-3}$$

$$i) 2,5^{-2}$$

20. Vypočítej:

a) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^{-3}$

b) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{-2}$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

21. Vypočítej:

a) $\left(2\frac{3}{5}\right)^2 : \left(2\frac{3}{5}\right)^5 =$

b) $2^3 : \left(\frac{1}{2^{-3}}\right) =$

c) $\frac{2}{3}a^3b^4 : \frac{4}{5}a^2 =$

d) $\frac{1}{4}u^3v : \frac{1}{8}u^2 =$

22. Vypočítej:

a) $(6 \cdot 10^8) : (3 \cdot 10^5)$

b) $(18 \cdot 6^8 \cdot x^{10}) : (-9 \cdot 6^6 \cdot x^7) (x \neq 0)$

c) $(-14 \cdot a^6 \cdot x^3) : (-7 \cdot ax^2) (x \neq 0); (a \neq 0)$

d) $(2^4 \cdot 4^5 \cdot y^6) : (2^2 \cdot 4^2 \cdot y^6) (y \neq 0)$

23. Vyjádři výrazy, v nichž se nevyskytují záporní mocnitély:

a) $(3z^2)^{-3}; z \neq 0$

b) $(-9y^3)^{-2}; y \neq 0$

c) $(kx^2)^{-4}; k \neq 0; x \neq 0$

d) $(-6r^2s^3)^{-3}; r \neq 0; s \neq 0$

e) $\left(\frac{5m}{4n}\right)^{-3}; m \neq 0; n \neq 0$

f) $\left(\frac{4x^3}{5y^2z^3}\right)^{-2}; x \neq 0; y \neq 0; z \neq 0$

g) $\left(\frac{2uv}{3x^2}\right)^{-2}; u \neq 0; v \neq 0; x \neq 0$

h) $(10^{-4} \cdot 10^{-3})^2$

i) $(10^1 \cdot 10^{-3} \cdot 10)^{-2}$

24. Vypočítej

a) $(2a+4r)^5 : (2a+4r)^6 =$

b) $(x-y)^a : (x-y)^3 =$

c) $(2a-b)^3 : (2a-b)^{-3} =$

d) $(5-x)^n : (5-x)^{4n-1} =$

e) $(a+1)^{2n-3} : (1+a)^{3n+4} =$

f) $(d+4)^{5x+1} : (d+4)^{5-4x} =$

Výsledky: Mocniny s přirozeným mocnitelem

1. a) $6b^4$ b) $13x^3$ c) $5x^2$ d) $-6ab^2$ e) $2a^2 + 7,5a^2b$ f) $25ab - 13ab^2$ g) $10x^2 + 4y^3$ h) $-2x^3y^2 + x^2y^3$

2. a) $35w^5$ b) $3v^3c$ a) d^4 x) 3 e) $4,99m$ f) $9d^3$

3. a) $10s^4 + 2r^2$ b) $10a^3 + a^2$ c) $0,5a^3 + 0,5b^2$ d) $4x^4 + 2a^3$ e) $-20f + 18$ f) $9x^2$

4. a)-e) platí

5. a) $a^3 + 6b^3$ b) $2,6a^2 + 4,9a^3$ c) $-5k^2 + 3k$ d) $0,2y^3 - y^2 + 5y$

6. a) 63 b) 72 c) 1053 d) $0,192$ e) $5,6$ f) $80,85$

10. a) $9 \cdot 10^{10}$ b) $15 \cdot 2^6$ c) $100 \cdot 10^5$ d) $63 \cdot 3^5$ e) $9,6 \cdot 5^6$ f) $12 \cdot 7^8$ g) $16,8 \cdot 11^7$ h) $33 \cdot 8^9$

7. a) 900 b) -45 c) 15 d) 54

8. a) 23 b) 63 c) 441 d) 121 e) 1050 f) 44100 g) 6300 h) 1260

9. a) $-18u^3$ b) $-4u^3v^3$ c) $-21a^7$ d) $6r^5$ e) $12s^8$ f) $-48f^3$

$$11. a) 2^7 b) (-4)^8 c) 3^{12} d) 5^8 e) a^9 f) \left(\frac{3}{7}\right)^7$$

$$12. a) \frac{256f^2}{9a^2} b) \frac{625x^2}{441y^2} c) -\frac{7569s^2}{961t^2} d) \frac{289u^2}{324v^2}$$

$$13. a) \frac{9x^6}{y^4z^2} b) -\frac{8x^6}{y^9} c) 0,72u^9v^5 e) -\frac{8y^9}{x^3z^6} f) \frac{4b^4}{a^6} g) 0,45x^{11}y^5$$

$$14. a) 5x^3 b) \frac{11}{3}y c) m^3 d) 1 e) \frac{6}{7}p^4 f) 3\frac{4}{5}n g) (2a-5)^2 h) (14-2x)^3$$

$$15. a) 3 \cdot 8^5 b) 30x^3$$

$$16. a) \frac{(x-1)^6}{27} b) \frac{x^6}{(y+1)^3} c) \frac{(x-1)^8}{(y+1)^{12}}$$

$$17. a) \frac{1}{k^2} b) 6\frac{1}{2c^3} c) a^6 \cdot (3b-1)^3 d) 36a^{12}b^2 e) 81a^{12} \cdot (2b-1)^2$$

$$18. a) \frac{1}{16} b) 1 c) \frac{1}{2,5^2} d) \frac{1}{a^9}$$

$$19. a) 0,01 b) \frac{1}{16} c) \frac{1}{5} d) \frac{1}{81} e) \frac{1}{81} f) -\frac{1}{32} g) \frac{1}{0,36} = 2\frac{7}{9} h) \frac{1}{25^3} i) \frac{1}{6,25} = 0,16$$

$$20. a) -\frac{2^3}{5^3} b) \frac{4^2}{5^2} c) \frac{5^3}{4^3} d) \frac{5^2}{3^2}$$

$$21. a) \frac{5^3}{13^3} b) 1 c) \frac{5}{6}ab^4 d) 2uv$$

$$22. a) 2000 b) -72x^3 c) 2a^5x d) 256$$

$$23. a) \frac{1}{27z^6} b) \frac{1}{81y^6} c) \frac{1}{k^4x^8} d) -\frac{1}{216r^6s^9} e) \frac{64n^3}{125m^3} f) \frac{25y^4z^6}{16x^6} g) \frac{9x^4}{4u^2v^2} h) \frac{1}{10^{14}} i) 100$$

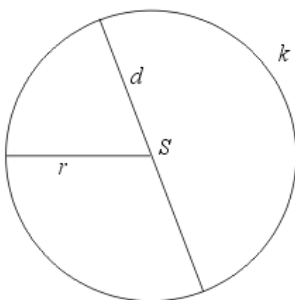
$$24. a) \frac{1}{2a+4r} b) (x-y)^{a-3} c) (2a-b)^6 d) (5-x)^{1-3n} e) \frac{1}{(1+a)^{n+7}} f) (d+4)^{9x-4}$$

4. Kružnice a kruh

Definice a popis kružnice a kruhu, vzájemná poloha přímky a kružnice, vzájemná poloha dvou kružnic, souměrnost kruhu a kružnice, obvod a obsah kružnice a kruhu, části kružnic a kruhová výseč a úseč, Thaletova věta

4.1 Definice a popis kružnice a kruhu

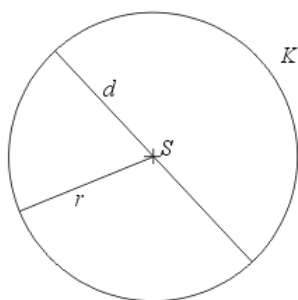
- Množina všech bodů, které mají od daného bodu S vzdálenost rovnu r , se nazývá **kružnice**.
- Bod S je **střed kružnice**, vzdálenost r je **poloměr kružnice**.
- Průměr kružnice** je $d = 2r$.



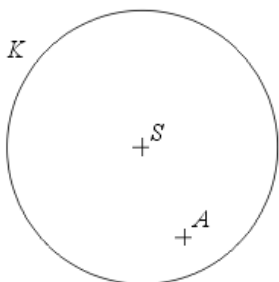
Zápis: $k(S; r)$ čteme – kružnice k má střed S a poloměr r .

Cvičení 1. Sestroj kružnici $k(S; r=2,5 \text{ cm})$ a vyznač dva poloměry SM, SN tak, aby $|\angle MSN|=30^\circ$.

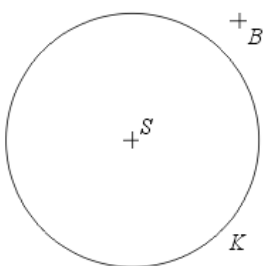
- Množina všech bodů, která má od daného bodu S vzdálenost menší nebo rovnu r , se nazývá **kruh**.
- Bod S je **střed kruhu**, vzdálenost r je **poloměr kruhu**.
- Průměr kruhu** je $d = 2r$.



Zápis: $K(S; r)$ čteme – kruh K má střed S a poloměr r .



Zápis: $A \in K$ čteme - bod A leží v kruhu K.

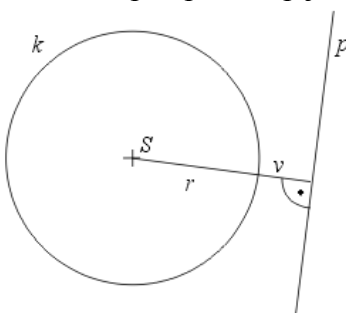


Zápis: $B \notin K$ čteme - bod B neleží v kruhu K.

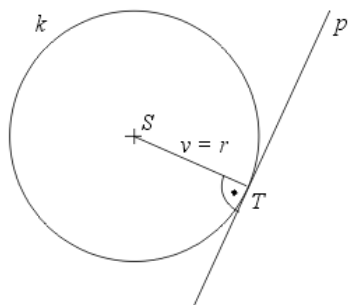
Cvičení 2. Sestroj kruh $K(S; r=20 \text{ mm})$ a zvol na něm průměr AB. Sestroj průměr CD kolmý k AB.

4.2 Vzájemná poloha přímky a kružnice

- r ...poloměr kružnice, v ...vzdálenost přímky p od středu S kružnice k
- Je-li $r < v$, pak přímka p je **vnější přímkou** kružnice k a nemá s kružnicí žádný společný bod.

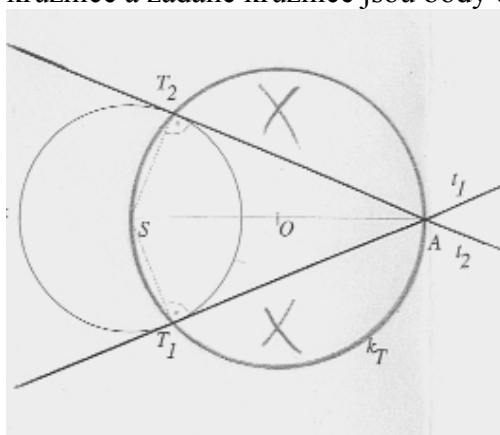


- Je-li $r = v$, pak přímka p je **tečna kružnice k** – má s ní společný právě jeden bod – **bod dotyku T**.
- Tečna je přímka kolmá na poloměr kružnice a má s kružnicí společný bod dotyku.



Příklad: Sestroj tečnu ke kružnici k , která prochází daným bodem A .

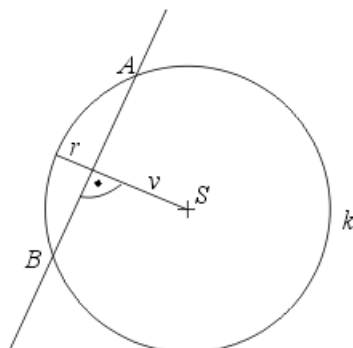
Při řešení vycházíme z vlastnosti tečny ke kružnici: Tečna je kolmá na střed kružnice. Označíme-li body dotyku T_1 a T_2 , potom budeme sestrojovat pravoúhlý trojúhelník SAT_1 a SAT_2 . Sestrojíme Thaletovu kružnici se středem ve středu SA . Průsečíky Thaletovy kružnice a zadané kružnice jsou body dotyku. Sestrojíme tečny.



Cvičení 3. Sestroj kružnici $k(S; r=2,5 \text{ cm})$ a její průměr AB . Sestroj tečny kružnice k s body dotyku A, B .

Cvičení 4. Narýsuj přímku m a bod S tak, aby vzdálenost bodu S od přímky m byla $3,5 \text{ cm}$. Sestroj kružnici k se středem S a poloměrem $3,5 \text{ cm}$. Urči vzájemnou polohu kružnice k a přímky m .
tečna

- Je-li $r > v$, pak přímka p kružnici k protíná ve dvou různých bodech A, B . Přímka p se nazývá **sečna kružnice k** .
- Úsečka AB se nazývá **tětiva**. Nejdelší tětiva je **průměr** kruhu.

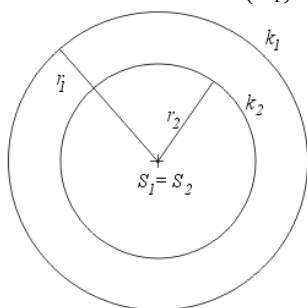


Cvičení 5. Je dána kružnice $k(S; 5 \text{ cm})$. Vypočítej délku tětivy kružnice k , jestliže je od středu S vzdálena 3 cm .

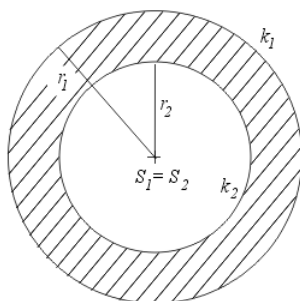
- Cvičení 6.** V kružnici k je tětiva AB délky 5 cm vzdálená od středu kružnice 3 cm. Vypočti poloměr této kružnice.
- Cvičení 7.** Je dána kružnice $k(S; 2,5 \text{ cm})$ a přímka p , která ji neprotíná. Sestroj tečnu t této kružnice, která s přímkou p svírá úhel 60° .
- Cvičení 8.** Sestroj kružnici poloměru $r=2,5 \text{ cm}$, která prochází dvěma danými body A, B , jejichž vzdálenost je $c=3 \text{ cm}$.
- Cvičení 9.** Narýsuj přímku m a bod S tak, aby vzdálenost bodu S od přímky m byla 3,5 cm. Sestroj kružnici k se středem S a poloměrem 4 cm. Urči vzájemnou polohu kružnice k a přímky m .

4.3 Vzájemná poloha dvou kružnic

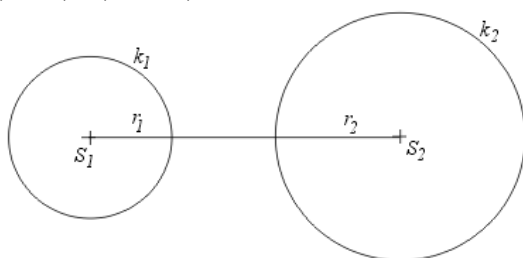
- Vzdálenost středů S_1 a S_2 se nazývá **středná**.
- Soustředné** kružnice (S_1, S_2) mají společný střed a různý poloměr.



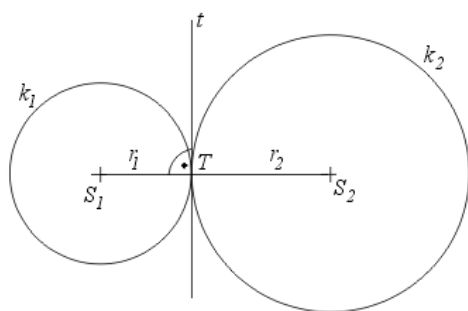
- Mezikruží** – má šířku $r_1 - r_2$.



- Kružnice leží **vně sebe** – středná je větší než součet poloměrů.
 $|S_1S_2| > |r_1 + r_2|$

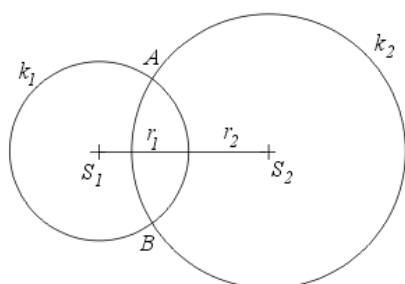


- Kružnice mají **vnější dotyk** – středná se rovná součtu poloměrů.
 $|S_1S_2| = |r_1 + r_2|$



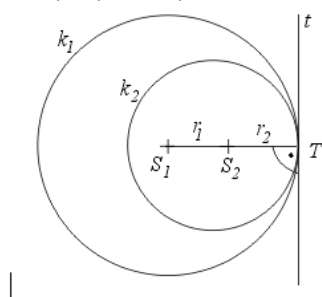
- Kružnice se **protínají ve dvou různých bodech** – rozdíl poloměrů je menší než středná a ta je menší než jejich součet.

$$|S_1S_2| < |r_1 + r_2|$$



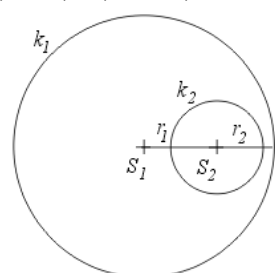
- Kružnice mají **vnitřní dotyk** – středná se rovná rozdílu poloměrů.

$$|S_1S_2| = |r_1 - r_2|$$



- Kružnice **leží uvnitř sebe** – středná je menší než rozdíl poloměrů.

$$|S_1S_2| < |r_1 - r_2|$$



Cvičení 10. Sestroj společné tečny dvou daných shodných kružnic.

Cvičení 11. Urči vzájemnou polohu kružnic $k_1(S_1; r_1)$ a $k_2(S_2; r_2)$, jestliže pro jejich poloměry r_1 a r_2 , jejichž středy S_1 a S_2 a úsečku $s = |S_1S_2|$, které říkáme středná platí:

- $r_1 = 6 \text{ cm}$, $r_2 = 9 \text{ cm}$, $s = 11 \text{ cm}$
- $r_1 = 5 \text{ dm}$, $r_2 = 3 \text{ dm}$, $s = 12 \text{ dm}$
- $r_1 = 80 \text{ mm}$, $r_2 = 10 \text{ cm}$, $s = 2 \text{ dm}$
- $r_1 = 5 \text{ cm}$, $r_2 = 7 \text{ cm}$, $s = 12 \text{ cm}$
- $r_1 = 46 \text{ mm}$, $r_2 = 32 \text{ mm}$, $s = 5 \text{ mm}$
- $r_1 = 4,1 \text{ cm}$, $r_2 = 3,5 \text{ cm}$, $S_1 = S_2$

Cvičení 12. Narýsuj kružnici $k(S_1; r=3 \text{ cm})$ a zvol bod S_2 tak, že $|S_1S_2|=1 \text{ cm}$. Sestroj kružnici $h(S_2; r_2)$ tak, aby s kružnicí k a) neměla žádný společný bod, b) měla právě jeden společný bod, c) neměla společné dva body.

Cvičení 13. Narýsuj kružnici $k(S_1; r_1=3 \text{ cm})$. Zvol na ní bod T . Sestroj kružnici $h(S_2; r_2)$, která se dotýká kružnice k v bodě T a má poloměr a) $r_2=2 \text{ cm}$ b) $r_2=4 \text{ cm}$.

4.4 Souměrnost kruhu a kružnice

- Kružnice (kruh) je **středově souměrná** podle svého středu S .
- Kružnice (kruh) je **osově souměrná** podle každé přímky, která prochází jejím středem. Má tedy nekonečně mnoho os souměrnosti.

4.5 Obvod a obsah kružnice a kruhu

- Délka kružnice a obvod kruhu: $O = 2 \cdot \pi \cdot r$ nebo $O = \pi \cdot d$

$\pi = 3,14159\dots$ - **Ludolfovo číslo** je číslo racionální. Je to jeho přibližná hodnota
 rpoloměr kružnice (kruhu)
 dprůměr kružnice (kruhu)

Cvičení 14. Vypočítej obvod kruhu, jehož průměr je 16 m.

Cvičení 15. Jak velkou dráhu vykoná hrot malé ručičky hodin za týden? Ručička má délku 12 cm.

- Obsah kruhu: $S = \pi \cdot r^2$ nebo $S = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$

rpoloměr kružnice (kruhu)
 dprůměr kružnice (kruhu)

Cvičení 16. Vypočítej obsah kruhu, jehož poloměr se rovná a) 37 cm b) 0,82 dm

Cvičení 17. Vypočítej průměr kruhu, jestliže obsah kruhu je: a) 2000 cm² b) 800 dm²

Cvičení 18. Kruh má stejný obsah jako čtverec, jehož obvod je 338,4 m. Vypočítej průměr kruhu.

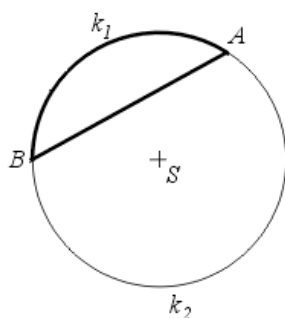
Cvičení 19. Hliníkové kotouče elektroměru mají poloměr $r=47 \text{ mm}$. Byly vysekávány z tabule plechu tvaru obdélníku s rozměry 78 cm a 96 cm. Vypočítej kolik kotoučů je možné z této tabule plechu vysekat.

Cvičení 20. Otáčivý zavlažovač má dostřik 18 m. Jakou rozlohu půdy může zavlažit z jednoho místa?

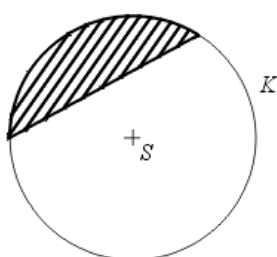
Cvičení 21. Ze čtverce plechu se má vystříhnout kruh, jehož obsah je 100 cm². Vypočítej délku strany nejmenšího čtverce, ze kterého je možno takovýto kruh vystříhnout.

4.6 Části kružnic a kruhová výseč a úseč

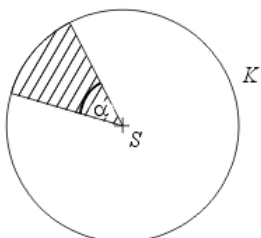
- Krajní body tětivy dělí kružnici na dva **oblouky kružnice**, které jsou označeny k_1 , k_2 .



- Kruhová úseč** je část kruhu ohraničená tětivou a obloukem kružnice. Největší kruhová úseč je polokruh (tětiva je průměrem).



- Kruhová výseč** je část kruhu ohraničená dvěma poloměry kruhu a obloukem kružnice.



- Středový úhel** α je úhel, který má kruhová výseč ve středu kružnice (kruhu).
- Obsah** kruhové výseče:

$$S = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$$

α ...velikost středového úhlu ve stupních
 r poloměr kruhu

- Cvičení 22.** Vypočítej obsah kruhové výseče s poloměrem r a příslušným středovým úhlem ω , je-li
- $r=4\text{cm}$, $\omega=60^\circ$
 - $r=6,3\text{dm}$, $\omega=270^\circ$
 - $r=18\text{m}$, $\omega=135^\circ 15'$

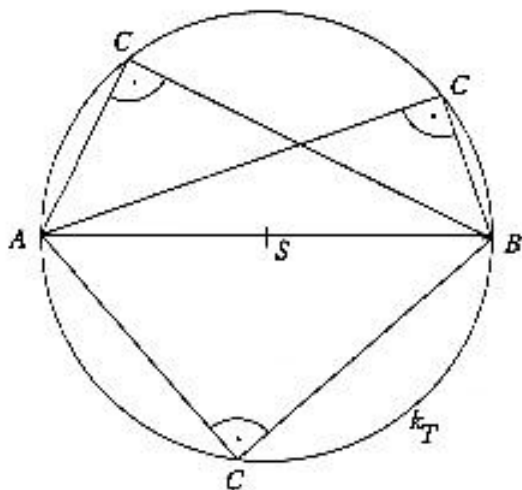
d) $r=4\frac{5}{6}$ cm, $\omega=12^\circ$

Cvičení 23. Sekundová ručička hodin dosahuje svým koncem až ke kružnici k , která ohraničuje ciferník. Jakou část kružnice k opíše konec této ručičky při pohybu za a) 2 s b) 15 s c) 30 s d) 45 s e) 50 s f) 60 s.

Cvičení 24. Kolik procent obsahu kruhu představuje obsah kruhové výseče, jejíž poloměry svírají úhel 45° a která je podmnožinou tohoto úhlu?

4.7 Thaletova věta

- Platí v pravoúhlém trojúhelníku, jemuž je opsána kružnice. Kružnice je sestrojena nad průměrem, který tvoří přepona pravoúhlého trojúhelníku, tj. její střed leží ve středu přepony
- Takovou kružnici nazýváme **Thaletova** podle tzv. **Thaletovy věty**:
„Sestrojme kružnici k nad průměrem AB . Pak vrcholy C pravých úhlů ACB jsou všechny body kružnice k (s výjimkou bodů A, B) a žádné jiné.“



Výsledky cvičení:

5. 8 cm 6. 3,9 cm 9. sečna 11. a) protínají se ve dvou bodech b) mají vnitřní dotyk c) d) mají vnější dotyk
e) k_2 leží uvnitř k_1 f) jsou soustředné 14. 50,24 m 15. 10,55 m 16. a) 4298,66 cm² b) 2,11 dm² 17. a) 50,46
b) 31,92 dm 18. 95,5 m 19. 80 20. 1018 m² 21. 11,3 cm 22. a) 8,38 cm² b) 93,52 dm² c) 382,4 m² d) 2,45 m²
23. a) 1/30 b) 1/4 c) 1/2 d) 3/4 e) 5/6 f) 1 24. 12,5 %

Souhrnná cvičení: Kruh, kružnice

- Narýsujte kružnici $k(S; 4,5)$, její průměr AB a tětivu BX , $|BX| = 7,2$ cm.
 - Vyznačte úsečky SX a AX . Jak se nazývají trojúhelníky AXS a BXS ?
 - Určete grafický součet ostrých úhlů AXS a BXS ? Co zjišťujete?
 - Na základě zjištění velikosti úhlu AXB vypočítejte délku úsečky AX (odvěsny AX pravoúhlého trojúhelníku ABX)
 - Vypočítejte vzdálenost tětiv AX a BX od středu S kružnice k . Správnost svých výpočtů ověřte měřením
- Sestroj dvě k sobě kolmé přímky p, q . Jejich průsečík označ T . Na přímce q vyznač body K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 tak, že leží na jedné z polopřímek určených bodem T . Přitom platí: $TK_1 = 1$ cm, $TK_2 = 2$ cm, ..., TK_5

- $=5$ cm. Sestroj kružnice: $k_1(K_1; 3 \text{ cm})$; $k_2(K_2; 2 \text{ cm})$; $k_3(K_3; 3 \text{ cm})$; $k_4(K_4; 2 \text{ cm})$, $k_5(K_5; 7 \text{ cm})$. Urči, je-li přímka p tečnou, sečnou, nebo je vnější přímkou kružnic.
3. Je dána kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$. Narýsuj kružnici s^1 s poloměrem 3 cm tak, aby se dotýkala kružnice k . Dále narýsuj kružnici s^2 s poloměrem 3 cm tak, aby se dotýkala kružnice s^1 a současně kružnice k . Postupně rýsuj další kružnice, vždy tak, aby se dotýkaly kružnice k a předcházející kružnice. Kolik takových kružnic narýsuješ kolem kružnice k ?
 4. Narýsuj přímku m a bod S tak, aby vzdálenost bodu S od přímky m byla 3,5 cm. Sestroj kružnici k se středem S a poloměrem 2,5 cm. Urči vzájemnou polohu kružnice k a přímky m .
 5. Sestroj kružnici $k(S; r=3 \text{ cm})$ a zvol na ní body M, N , aby platil, že $\angle MSN$ je 30° . Sestroj tečny kružnice k s body dotyku M, N .
 6. Je dána přímka t a bod S , který na ní neleží. Sestroj kružnici k se středem S a tečnou t .
 7. Narýsuj kružnici $k(S; r=3 \text{ cm})$. Zvol na ní bod M . Sestroj všechny tětivy MN kružnice k , pro které platí $|MN| = 2,5 \text{ cm}$. Jakou největší délku může mít tětiva kružnice k ?
 8. Narýsuj libovolný trojúhelník ABC a sestroj kružnici k tak, aby strany AB, BC, CA byly jejími tětivy.
 9. Sestroj kružnici $k(S; r=3 \text{ cm})$, která prochází danými dvěma body A, B .
 10. Sestroj $k(S; r=2,5 \text{ cm})$ a libovolnou přímku p , sestroj všechny tečny kružnice k , které svírají s přímkou p úhel 45° .
 11. Je dána kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$ a bod A , pro který platí $|SA| = 8 \text{ cm}$. Sestroj střed úsečky SA a označ jej M . Sestroj kružnici $l(M; MS)$. Body průniku kružnic l a k označ K, L . Sestroj přímky AK, AL . Jakou polohu vzhledem ke kružnici k mají přímky AK, AL ?
 12. Je dána kružnice k a bod A , pro který platí $|SA| = 8 \text{ cm}$. Sestroj kružnici m se středem A tak, aby se dotýkala kružnice k . Urči poloměr kružnice m (více řešení).
 13. Jsou dány dvě rovnoběžky a, b , jejichž vzdálenost je 4,5 cm. Sestroj aspoň jednu kružnici k , pro kterou budou obě přímky tečnami.
 14. Je dána kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$ a přímka p , jejíž vzdálenost od středu kružnice je 2,5 cm. Sestroj tečnu t kružnice k , t je rovnoběžná s p .
 15. Urči délku úsečky S_1S_2 , jestliže kružnice $k_1(S_1; 8 \text{ m})$, $k_2(S_2; 4 \text{ m})$ se dotýkají vně.
 16. Urči délku úsečky S_1S_2 , jestliže kružnice $k_1(S_1; 5 \text{ dm})$, $k_2(S_2; 10 \text{ dm})$ mají vnitřní dotyk.
 17. Je dána kružnice $k(S; 1,8 \text{ cm})$ a bod L tak, že $|SL| = 3,5 \text{ cm}$. Sestroj kružnici l se středem L tak a) aby se kružnice k dotýkala vně, b) aby s kružnicí k měla vnitřní dotyk.
 18. Sestroj kružnici daného poloměru r ($r=3 \text{ cm}$), která prochází danými dvěma body A, B .
 19. Jaké jsou poloměry r_1, r_2 dvou soustředných kružnic, jestliže jsou v poměru 5:9 a šířka mezikruží je 12 cm?
 20. Sestroj rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník ABC , jehož odvěsny jsou AB a BC s délkami 4 cm.
 21. Narýsuj kružnici $k(S_1; r_1=2 \text{ cm})$. Zvol bod S_2 , $|S_1S_2| = 3,5 \text{ cm}$. Sestroj kružnici $h(S_2; r_2)$, která nemá s kružnicí k žádný společný bod. Zapiš pomocí nerovností, jaké hodnoty může nabývat poloměr r_2 .
 22. Vypočítej délku kružnice, jejíž poloměr je a) 1 m b) 16 mm c) 2,34 m
 23. Vypočítej průměr kruhu, jehož obvod se rovná a) 12,56 m b) 20,26 m
 24. Vypočítej délku závodní dráhy, která má dvě rovinky po 50 m a průměr oblouků je 32 m.
 25. Jak velký průměr má kružnice o délce 154 cm.
 26. Základ stavby s kruhovým půdorysem má průměr 28 m. Vypočítej obvod kruhového výkopu, jestliže jeho průměr je o 80 cm větší než průměr základu.
 27. Vypočítej obsah kruhu, jehož průměr je: a) 6 cm b) 18 dm c) 24 m. d) 14 mm.
 28. Vypočítej poloměr kruhu, jestliže je obsah kruhu a) 314,2 dm² b) 4027 cm² c) 37,2 dm²
 29. Vypočítej obsah čtvrtkruhu, který je částí kruhu s průměrem 6,5 m.
 30. Je dáno mezikruží, které je ohraničeno dvěma soustřednými kružnicemi poloměrech 6,4 dm a 3,7 dm. Vypočítej jeho obsah.
 31. Kružnici s poloměrem 5 cm je opsán čtverec. O kolik čtverečních centimetrů je obsah čtverce větší než obsah kruhu ohraničeného danou kružnicí?
 32. Vypočítej obsah kruhu, jehož obvod se rovná obvodu čtverce se stranou $a=3,52 \text{ dm}$.

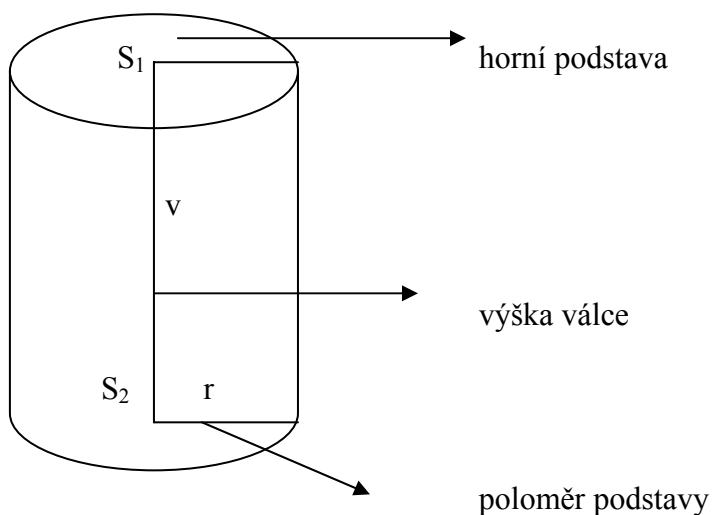
33. Vypočítej obsah kruhu, jehož obvod je 8 m.
34. Vypočítej průměr a obsah příčného kruhového řezu kmene buku, jehož obvod je 220 cm.
35. Na pilovém kotouči s průměrem 42 cm je jeden hrot bílý. Jak dlouhou dráhu opíše tento hrot za 1 minutu, jestliže se kotouč otočí za tuto dobu 825 krát?
36. Do kruhové podložky bylo vyvrtáno 10 stejných kruhových otvorů s průměry 10 cm. Tím se obsah podložky zmenšil o 8%. Vypočítej obsah původní podložky.
37. Obsahy dvou kruhů jsou v poměru 4:9. Větší kruh má průměr 12 cm. Urči poloměr menšího kruhu.
38. Ovce má na obojku provaz délky 3,1 m zakončený kroužkem, který se klouzavě pohybuje po drátě mezi dvěma nízkými kolíky na louce, jejich vzdálenost je 5 m. Vypočítej obsah vypasené louky.
39. Za jakou dobu by letoun kolem rovníku obletěl Zemi ve výši 11 km průměrnou rychlostí 900 km/h (průměr Země na rovníku je 12 750 km).
40. Tlak páry na píst parního stroje je 50 N na cm^2 . Jak velký tlak páry působí na píst o průměru 64 cm?
41. Zemský rovník má délku přibližně 40 000 km. Jaká by byla mezera mezi pomyslnou obručí o délce 40 001 m a zemí. Prolezla by pod ní myš?
42. Na kruhový stůl s průměrem 76 cm se má zhotovit ubrus, který má kolem dokola přesahovat stůl o 10 cm. Na obrubu je třeba přidat 1,5 cm látky. Může se takový ubrus zhotovit z látky široké 90 cm bez sešívání?
43. Uprostřed čtvercového trávníku se stranou 20 m je kruhový květinový záhon. Nejmenší vzdálenost záhonu od okraje trávníku je 5 m. Nakresli plánek trávníku a záhonu.
44. Kolo těžní věže má průměr 3 m. O kolik metru vystoupí (klesne) klec výtahu, jestliže se kolo otočí stejným směrem 12 krát?
45. Zadní kola vozu mají průměr 1,2 m, přední 96 cm. V jakém poměru jsou počty jejich otáček?
46. Sekundová ručička hodin dosahuje svým koncem až ke kružnici k, která ohraničuje ciferník. Jakou část kružnice k opíše konec této ručičky při pohybu za a) 3 s b) 26 s c) 36 s d) 48 s e) 53 s f) 58 s.
47. Vypočítej délku kružnicového oblouku s poloměrem r a příslušným středovým úhlem ω , je-li a) $r = 3$ m, $\omega = 35^\circ$ b) $r = 40$ cm, $\omega = 100^\circ$ c) $r = 4,9$ dm $\omega = 35^\circ$ d) $r = \sqrt{11}$ m, $\omega = 150^\circ$
48. Je dán rovnostranný trojúhelník ABC o délce strany a cm, E, F, G jsou středy jeho stran. Jakou část obsahu kruhu o poloměru $a:2$ cm zaujímá obsah všech kruhových výsečí určených středy A, B, C.
49. Narýsuj libovolný kruh a rozděľ jej na kruhové výseče, jejichž obsahy budou v postupném poměru 1:2:3.
50. Ze čtvercové desky byla vyříznuta kruhová deska. Její průměr je roven délce strany čtverce. Jaké je procento odpadu?
51. Kruhový park má rozlohu 1600 m^2 . Napříč parkem přes jeho střed vede chodník. Jakou má délku?
52. Přední kolo traktoru má průměr 75 cm, zadní má průměr 125 cm. Kolikrát se otočí na dráze dlouhé 942 m přední a kolikrát zadní kolo?

Výsledky souhrnných cvičení:

3. 6 11. tečny 12. 5; 11 cm 15. 12 m 16. 5 dm 19. 15; 27 21. 0-1,5 cm 22. a) $6,28 \text{ m}^2$ b) $100,48 \text{ mm}^2$ c) $14,7 \text{ m}^2$ 23. a) 4 m b) $6,45 \text{ m}$ 24. $200,5 \text{ m}$ 25. 49 cm 26. $90,4 \text{ m}$ 27. a) $28,27 \text{ cm}^2$ b) $254,47 \text{ dm}^2$ c) $452,16 \text{ m}^2$ d) 154 mm^2 28. a) 10 dm b) $35,8 \text{ dm}$ c) $3,44 \text{ dm}$ 29. $8,3 \text{ m}^2$ 30. $85,63 \text{ dm}^2$ 31. $21,5 \text{ cm}^2$ 32. $15,78 \text{ dm}^2$ 33. $5,096 \text{ m}^2$ 34. 70 cm, $S = 3853,5 \text{ cm}^2$ 35. $1088,01 \text{ m}$ 36. $9812,5 \text{ cm}^2$ 37. 4 cm 38. 61 m^2 39. 44,5 h
40. 16 0768 N 41. 15,35 cm; ano 42. ne 44. 113,1 m 45. 5:4 46. a) $\frac{1}{20}$; b) $\frac{13}{30}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{53}{60}$ f) $\frac{29}{30}$ 47. a) 1,83 m b) 69,7 cm c) 2,99 dm d) 8,6785 m 48. polovina kruhu 50. 21,5 % 51. 45,15 m 52. menší 400krát, větší 240krát

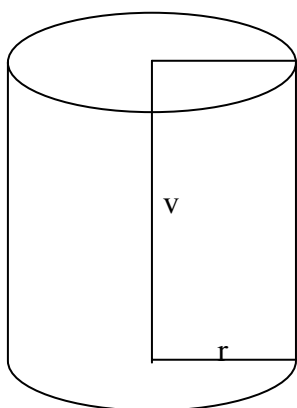
5.Válec

- Vznikne rotací obdélníku kolem jedné strany vzniknou dvě shodné kruhové podstavy, jejichž poloměr se rovná délce strany obdélníku.
- Strana obdélníku rovnoběžná s osou rotace vytvoří při rotaci plášť válce.
- Rozvinutý plášť má tvar obdélníku, kde jedna jeho strana je obvod kruhové podstavy a druhá strana je výška válce (vzdálenost dvou kruhových podstav).



- Povrch válce: $S = 2\pi r^2 + 2\pi rv = 2\pi r(r + v)$
 r poloměr podstavy
 v výška válce
- Objem válce: $V = \pi \cdot r^2 \cdot v$

Příklad: Vypočítej objem a povrch válce, který má poloměr podstavy 2 cm a výšku 10 cm.



$$\begin{aligned} r &= 2 \text{ cm} \\ v &= 10 \text{ cm} \\ S &= ? \text{ cm}^2 \\ V &= ? \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 2\pi^2 + 2\pi rv \\ S &= 2 \cdot 3,14 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10 \\ S &= 150,72 \\ S &= \mathbf{150,72 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 v \\ V &= 3,14 \cdot 2^2 \cdot 10 \\ V &= 125,6 \\ V &= \mathbf{125,6 \text{ cm}^3} \end{aligned}$$

Povrch válce je 150,72 cm² a objem 125,6 cm³.

Souhrnná cvičení: VÁLEC

- Vypočítej povrch a objem válce, který má poloměr podstavy $r = 3 \text{ cm}$ a výšku $v = 8 \text{ cm}$.
- Vypočítej povrch a objem válce, který má průměr podstavy $d = 9 \text{ cm}$ a výšku $v = 15 \text{ cm}$.
- Vypočítej poloměr podstavy válce, jehož výška je $v = 2 \text{ m}$ a objem je $39,25 \text{ m}^3$.
- Vypočítej objem válce, jestliže platí:
 - $r = 2 \text{ cm}$, $v = 5 \text{ cm}$
 - $r = 10 \text{ cm}$, $v = 2 \text{ dm}$
 - $r = 5 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m}$
 - $r = 1,5 \text{ cm}$, $v = 2,5 \text{ cm}$
- Vypočítej výšku válce, jestliže platí:
 - $r = 3 \text{ cm}$, $S = 190 \text{ cm}^2$
 - $r = 5 \text{ dm}$, $S = 2500 \text{ dm}^2$
 - $r = 16 \text{ mm}$, $S = 20 \text{ cm}^2$
 - $r = 2 \text{ cm}$, $S = 36 \text{ m}^2$
- Válec na válcování asfaltu má průměr 80 cm a délku 1,2 m. Kolik čtverečných metrů cesty zválcuje, jestliže se otočí dvacetkrát?
- Železniční cisterna má tvar válce s průměrem podstavy 2 m a objemem 400 hl.
 - Vypočítej délku cisterny.
 - Vypočítej povrch cisterny.
- Sloup na lepení plakátů má tvar válce s průměrem podstavy 1,4 m a výškou 2,5 m. Kolik m² plakátu je na sloupu, jestliže je zcela využitý?
- Studna má tvar válce s průměrem podstavy 1,2 m. Od povrchu k hladině vody je hloubka 4 m. Hloubka vody je 3,5 m.
 - Kolik m³ zeminy bylo potřeba vykopat při hloubení studny?
 - Kolik hl vody je ve studni?

- 10) Plynojem má tvar válce s průměrem podstavy 12 m a výškou 18 m. Kolik m^3 plynu je v naplněném plynojem? Kolik stojí natření vnějšího povrchu plynojem, jestliže 1 m^2 stojí 25 Kč?
- 11) Z plechu ve tvaru čtverce se má vyříznout kruh, jehož obsah je 7 dm^2 . Vypočítej délku strany nejmenšího čtverce, ze kterého je možné takový kruh vystřihnout.
- 12) Z překližky ve tvaru čtverce má být vyříznut kruh, jehož obsah je 60 cm^2 . Vypočítej délku strany nejmenšího čtverce, ze kterého je možné tento kruh vyříznout.
- 13) Uprostřed čtvercového trávníku se stranou délky 20 m je kruhový květinový záhon. Nejmenší vzdálenost okraje záhonu od okraje trávníku je 5 m. Na jaké ploše je zasetá tráva? Proveď náčrtek.
- 14) Květinový záhon je umístěn uprostřed čtvercového vydlážděného pozemku se stranou délky 30 m. Nejmenší vzdálenost okraje záhonu od okraje pozemku je 7 m. Jaká plocha je vydlážděna? Proveď náčrtek.
- 15) Ze skleněné tabule o obsahu $8,8 \text{ m}^2$ bylo vyrobeno 24 kotoučů s průměrem 66 cm. Vypočítej kolik % tvořil odpad.
- 16) Z plechu o obsahu $8,5 \text{ m}^2$ bylo vyrobeno 150 těsnění ve tvaru kruhu o průměru 250 mm. Vypočítej kolik % tvořil odpad.
- 17) Studna má tvar válce s průměrem podstavy 1,2 m. Od povrchu k hladině je hloubka 4 m. Voda je hluboká 3,5 m. Kolik m^3 zeminy bylo třeba vykopat při hloubení studny? Kolik m^3 vody je ve studni?
- 18) Bazén má tvar válce s průměrem podstavy 26 m. Od povrchu k hladině je 0,6 m a hloubka vody je 2,8 m. Kolik vody je v bazénu? Vypočítej kolik m^3 zeminy vykopali při jeho hloubení?
- 19) Silo má tvar válce s průměrem podstavy 16 m a výškou 25 m. Kolik m^3 obilí je v plném silu? Kolik stojí plech na výrobu sila, jestliže 1 m^2 plechu stojí 180 Kč? Dno není vyrobeno z plechu.
- 20) Ocelový prut má tvar válce s průměrem 1,8 cm, jeho délka je 5 m. K výrobě panelu bylo použito 150 prutů. Vypočti hmotnost prutů v panelu, jestliže 1 m^3 má hmotnost 7800 kg.
- 21) Válcový odlitek má průměr podstavy 24 cm a výšku 1,5 m. Za jednu směnu se vyrobí 120 odlitků. Vypočti celkovou hmotnost odlitků vyrobených za jednu směnu, jestliže 1 m^3 má hmotnost 680 kg.
- 22) Jakou hmotnost má 1000 m bronzového drátu (hustota $s = 9000 \text{ kg/m}^3$) o průměru $d = 4,5 \text{ mm}$.
- 23) Vypočtete tělesovou výšku a objem rotačního válce, je-li jeho poloměr podstavy $r = 6 \text{ dm}$ a povrch $S = 400 \text{ dm}^2$.
- 24) Vypočtete tělesovou výšku a povrch rotačního válce, je-li poloměr jeho podstavy $r = 0,4 \text{ m}$ a objem $V = 1,2 \text{ m}^3$.
- 25) Plynojem je vysoký 54 m a má objem $50\,000 \text{ m}^3$. Vypočtete jeho průměr.
- 26) Městský plynojem je vysoký 66 m, jeho šířka (průměr) je 53 m. Jak vysoko sahá vnitřní víko, je-li na ukazateli $140\,000 \text{ m}^3$?
- 27) Válcová plechovka o objemu 0,628 litru má podstavu o průměru 10 cm. Vypočítejte výšku plechovky. Kolik cm^2 plechu se spotřebuje na výrobu takové plechovky, jestliže odpad při výrobě činí 10% ze spotřebovaného materiálu? Jakou minimální délku by muselo mít pevné brčko, abychom jej mohli do plechovky jakkoliv zastrčit a ono nespadlo dovnitř.
- 28) *Vypočtete rozměry válcové nádoby objemu 1 litr, je-li její výška rovna průměru podstavy.
- 29) *Vypočtete rozměry válcové nádoby objemu 1 litr, je-li její výška rovna dvojnásobku průměru podstavy.
- 30) *Plášť rotačního válce, rozvinutý do roviny, je čtverec o obsahu $P = 0,81 \text{ m}^2$. Určete poloměr r a výšku v .
- 31) *Jaký je průměr měděného drátu ($s = 8900 \text{ kg/m}^3$), jestliže kus 25 m dlouhý váží 0,275 kg.

Výsledky souhrnných cvičení:

1. $S = 207,24 \text{ cm}^2, V = 226,08 \text{ cm}^3$
2. $S = 551,07 \text{ cm}^2, V = 953,775 \text{ cm}^3$
3. $r = 2,5 \text{ m}$
4. a) $62,83 \text{ cm}^3$ b) $6,28 \text{ dm}^3$ c) $1\,570 \text{ m}^3$ d) $17,6625 \text{ cm}^3$
5. a) asi 7,1 cm b) 74,58 dm c) 3,9 mm d) 0,86 m
6. $60,288 \text{ m}^2$
7. a) 12,7 m b) asi 86,036 m^2

- 8.** 11 m^2
- 9.** a) $8,478 \text{ m}^3$ b) $39,6 \text{ hl}$
- 10.** asi $2\,036 \text{ m}^3$
- 11.** 3 dm
- 12.** $8,8 \text{ cm}$
- 13.** $312,5 \text{ m}^2$
- 14.** $699,04 \text{ m}^2$
- 15.** $6,8 \%$
- 16.** $13,42 \%$
- 17.** $8,478 \text{ m}^3$ zeminy, vody $3,9564 \text{ m}^3$
- 18.** v bazénu je $14\,085,848 \text{ m}^3$ vody,
vykopali $1804,244 \text{ m}^3$
- 19.** $5\,024 \text{ m}^3$, $262\,252,8 \text{ Kč}$
- 20.** $14878,9 \text{ kg}$
- 21.** $5534,4 \text{ kg}$
- 22.** $1430\,662,5 \text{ kg}$
- 23.** $4,6 \text{ dm}$; 520 dm^3
- 24.** 7 m^3 ; $2,4 \text{ m}$
- 25.** $34,334 \text{ m}$
- 26.** $63,45 \text{ m}$
- 27.** $v = 8 \text{ cm}$, 449 cm^2 ; $13,4 \text{ cm}$
- 28.** $v = d = 10,84 \text{ cm}$
- 29.** $r = 4,3 \text{ cm}$; $v = 17,2 \text{ cm}$
- 30.** $r = 0,14 \text{ m}$; $v = 0,9 \text{ m}$
- 31.** $1,254 \text{ mm}$

